Les fonctions sinus et cosinus

1) a) Soit $(O\ ;\ \vec{i}\ ,\ \vec{j}\ )$ un repère orthonormé du plan d'unité graphique

abscisses : 12 carreaux pour π .

ordonnées : 4 cm pour 1

Représenter dans ce repère les points de coordonnées (x , sin x) pour $x \in \{ 0\ ;\ \frac{\pi}{6}\ ;\ \frac{\pi}{4}\ ;\ \frac{\pi}{3}\ ;\ \frac{\pi}{2}\ \}$

b) Sachant que pour tout réel x, $\sin(\pi - x) = \sin(x)$, compléter le graphique par les points de coordonnées (x ; sin x) pour $x \in \{ \frac{5\pi}{6}\ ;\ \frac{3\pi}{4}\ ;\ \frac{2\pi}{3}\ \}$

c) On sait que $\sin(-x) = \sin(x)$. Quelle conséquence graphique peut-on en déduire ? Compléter alors votre graphique

d) Tracer un cercle trigonométrique de centre O et les points A , B , C et D de coordonnées respectives (1 ; 0) , (0 ; 1) , (−1 ; 0) et (0 ; −1). Un point M se déplace sur ce cercle dans le sens trigonométrique en partant du point C. On note x la mesure en radian de l'angle $(\overrightarrow{OA} ; \overrightarrow{OM})$

Décrire les variations de sin x pour M variant de C à D , de D à B puis de B à C .

d) Construire alors le tableau de variation de la fonction sin x pour $x \in [-\pi ; +\pi]$

e) Compléter alors le graphique avec la courbe représentative de la fonction sinus sur $[-\pi ; +\pi]$

f) Comment obtenir alors cette courbe sur $\mathbb{R}$?

2) Par une démarche analogue à la précédente, construire le tableau de variation de la fonction cosinus sur $[-\pi ; +\pi]$ ainsi que sa courbe représentative.

3) Soit x un réel appartenant à l'intervalle $\left[0 ; \frac{\pi}{2}\right]$, M le point du cercle trigonométrique correspondant et on sait que (IC) est perpendiculaire à (OI)

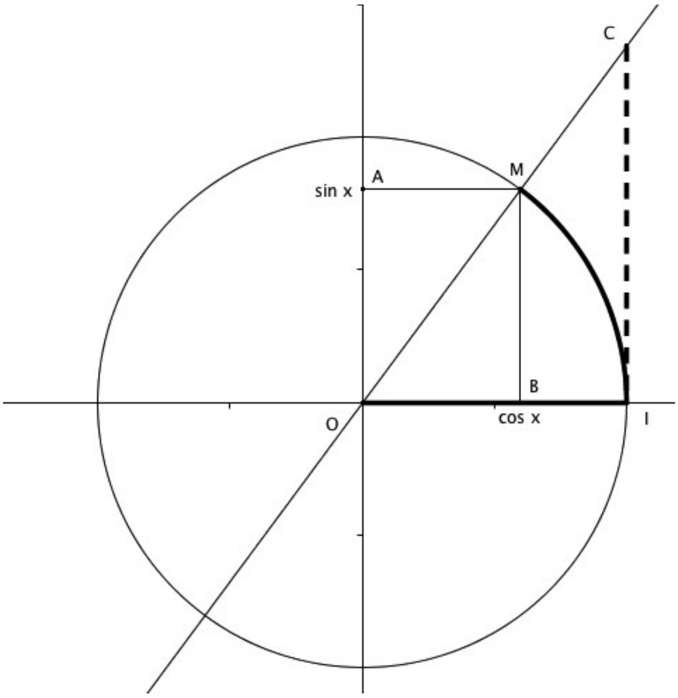
a) Montrer que $IC = \frac{\sin x}{\cos x}$

b) En rangeant dans l'ordre croissant les aires des triangles OIM , OIC et celle du secteur de disque OIM, montrer que pour tout $x \in \left]0 ; \frac{\pi}{2}\right]$,

$$\sin x \le x \le \frac{\sin x}{\cos x}$$

En déduire que pour tout $x \in \left]0 ; \frac{\pi}{2}\right]$, $\cos x \le \frac{\sin x}{x} \le 1$

c) En admettant que cette relation reste valable sur $\left[-\frac{\pi}{2} ; 0\right[$, déterminer $\lim\limits_{x \to 0} \frac{\sin x}{x}$



4) La figure est celle de la question 3

Existe-t-il une position de M pour laquelle les trajets O –> I –> M (en gras sur la figure) et I –> C soient égaux ?