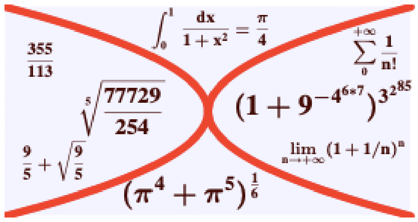

Equations différentielles

1) On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=3e^{2x}$.

Justifier que f vérifie l'équation, dite différentielle, $f'-2f=0$

2) Parmi les fonctions suivantes définie sur $\mathbb{R}$, lesquelles vérifient l'équation différentielle $y'=4y-6$ où y est une fonction définie et dérivable sur $\mathbb{R}$?

a) $f(x)=3e^{4x}+\frac{3}{2}$ b) $g(x)=4e^{x}-6$ c) $h(x)=5e^{4x}+\frac{3}{2}$

3) **Equation différentielle (E)** $y'=ay$

a) Démontrer que la fonction f définie par $f(x)=Ce^{ax}$ où C est une constante réelle est solution de (E)

b) Nous allons chercher à démontrer que les fonctions f précédentes sont les seules solutions de (E) .

Pour cela, on considère une fonction g solution de (E) et la fonction h définie par $h(x)=g(x)e^{-ax}$

Démontrer que h est une fonction constante et en déduire que g = h

4) **Equation différentielle (E)** $y'=ay+b$

a) Montrer que les fonctions $x \to Ce^{ax}-\frac{b}{a}$ sont solutions de (E)

b) Réciproquement

b1) Soit g une fonction constante solution de (E) . Déterminer g

b2) Soit f une fonction quelconque solution de (E).

Démontrer que la fonction $(f-g)(x)$ est solution de l'équation différentielle $y'=ay$

b3) En déduire une expression de $f-g$ puis de f

5) Application

La vitesse de chute verticale v d'un objet de masse 2 kg vérifie l'équation $v'(t)=g-\frac{\gamma}{m}v(t)$ où g = 9,8 $m.s^{-2}$ est la norme du champ de pesanteur , γ = 1,96 $kg.s^{-1}$ le coefficient de frottement et t le temps (en s) écoulé depuis le début de la chute . Quel est le comportement de v lorsque t tend vers +∞ ? Interpréter dans le contexte.