Exercices autour des primitives

Exercice 1 :

a) Montrer que la fonction G définie par G(x) = $(-x-2)e^{-x}$ est une primitive de la fonction g définie par g(x) = $(x+1)e^{-x}$

b) Même question avec G(x) = $x^3 e^{\frac{1}{x}}$ et g(x) = $(3x^2-x)e^{\frac{1}{x}}$

Exercice 2 :

Soit la fonction f définie par f(x) = $(3x-1)e^{2x}$

1) Justifier que f admet des primitives sur $\mathbb{R}$

2) Déterminer les réels a et b tels que la fonction F: x → $(ax+b)e^{2x}$ soit une primitive de f sur $\mathbb{R}$.

3) En déduire l'ensemble des primitives de f sur $\mathbb{R}$.

Exercice 3 :

Déterminer **les** primitives F de la fonction f définie sur l'intervalle I :

a) f(x) = $3x^2+2x-1$ I = $\mathbb{R}$ b) f(x) = $\cos x-\sin x$ I = $\mathbb{R}$ c) f(x) = $2e^{-\frac{5x}{4}}$ I = $\mathbb{R}$ d) f(x) = $\frac{1}{x^2}+\frac{2}{x}$ I =]0;+∞[e) f(x) = $\frac{2x-1}{\sqrt{x^2-x}}$ I =]1;+∞[	f) f(x) = $\frac{2}{\sqrt{4x-1}}$ I =]1;+∞[g) f(x) = $\frac{4x}{(1+2x^2)^2}$ I = $\mathbb{R}$ h) f(x) = $\frac{4}{4x+1}$ I =]0;+∞[i) f(x) = $(2x-5)^7$ I = $\mathbb{R}$ j) f(x) = $\frac{3e^x}{e^x+3}$ I = $\mathbb{R}$.

Exercice 4 :

Déterminer **la** primitive F de la fonction f définie sur l'intervalle I et vérifiant la condition proposée

a) f(x) = $\frac{x^2}{(x^3+2)^2}$	I = $\left]\frac{3}{2};+\infty\right[$	F(1) = 2
b) f(x) = $2xe^{-x^2}$	I = $\mathbb{R}$	F(1) = 0
c) f(x) = $\frac{\ln x}{x}$	I =]0;+∞[	F(1) = -2

Exercice 5 : Quand une décomposition est nécessaire

Soit f(x) = $\frac{x^2+5x+6}{x+1}$ définie sur]-1;+∞[

a) Vérifier que sur]-1;+∞[, f(x) = $x+4+\frac{2}{x+1}$

b) En déduire la primitive de la fonction f vérifiant F(0)=5