

## Sujet Asie juin 2010 Extrait

On note  $f$  la fonction définie sur l'intervalle  $]0; +\infty[$  par :

$$f(x) = \frac{1}{x^2} e^{\frac{1}{x}}.$$

On note  $\mathcal{C}$  la courbe représentative de la fonction  $f$  dans un repère orthonormal  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ . L'unité graphique est 1 cm.

### 1. Étude des limites

- a. Déterminer la limite de la fonction  $f$  quand  $x$  tend vers 0.
- b. Déterminer la limite de la fonction  $f$  quand  $x$  tend vers  $+\infty$ .
- c. Quelles conséquences peut-on déduire de ces deux résultats, pour la courbe  $\mathcal{C}$  ?

### 2. Étude des variations de la fonction $f$

- a. Démontrer que, la fonction dérivée de la fonction  $f$  s'exprime, pour tout réel  $x$  strictement positif, par :

$$f'(x) = -\frac{1}{x^4} e^{\frac{1}{x}} (2x + 1).$$

- b. Déterminer le signe de  $f'$  et en déduire le tableau de variation de  $f$  sur l'intervalle  $]0; +\infty[$ .
- c. Démontrer que l'équation  $f(x) = 2$  a une unique solution notée  $\alpha$  appartenant à l'intervalle  $]0; +\infty[$  et donner la valeur approchée de  $\alpha$  arrondie au centième.

