Devoir surveillé Seconde I

Le Lundi 18 novembre 2024,
Calculatrice autorisée 2 heures

Exercice 1

1) Traduire chaque inégalité par un intervalle :

a) $x \geq -5$ b) $-2 < x \leq 3$ c) $x < \pi$

$x \in [-5;+\infty[$ $x \in]-2;3]$ $x \in]-\infty;\pi[$

2) **Recopier** et compléter en simplifiant les écritures suivantes, si possible :

a) $[-4;9]\cap[-2;7] = [-2;7]$ b) $[-4;5]\cup[-1;6] = [-4;6]$

c) $]-\infty;7]\cup[1;6[=]-\infty;7[$ d) $]-\infty;2]\cap]3;4[= \varnothing$

Exercice 2 Valeur absolue

1) Calculer $A = |5-7|-2|20+2|+3\left|\frac{1}{2}-2\right|-8$ et $B = |\sqrt{2}-1|+3|-3+\sqrt{2}|-4\sqrt{2}$

$A = |-2|-2\times22+3\times|-1,5|-8$

$A = 2-44+3\times1,5-8$

$A = -45,5$

$B = \sqrt{2}-1+3(3-\sqrt{2})-4\sqrt{2}$

$B = \sqrt{2}-1+9-3\sqrt{2}-4\sqrt{2}$

$B = -6\sqrt{2}+8$

2) Résoudre les équations et inéquations suivantes (on utilisera une droite graduée) :

a) $|x-1|=3$ b) $|y+2|\leq 3$ c) $|x-3|=-2$

$x = 4$ ou $x = -2$ $y \in [-5;1]$ impossible car négatif

3) En justifiant (à l'aide d'une droite graduée) , écrire une inégalité vérifiée par x en utilisant une valeur absolue : a) $x \in [-1;7]$ b) $x \in [-2;5]$

$|x-3|\leq 4$ $|x-1,5|\leq 3,5$

Exercice 3

1) **Recopier** et compléter par le symbole $\in$ ou $\notin$.

$\frac{1}{3} \notin \mathbb{Z}$ $\frac{3}{15} = \frac{1}{5} \in D$ $\frac{2,5}{0,5} = 5 \in \mathbb{N}$ $-5 \in \mathbb{Q}$ $-3^2 = -9 \notin \mathbb{N}$

2) Dans chacun des cas, trouver, lorsque cela est possible, un nombre x qui remplit les critères suivantes :

a) $x \in \mathbb{Q}$ et $x \notin \mathbb{N}$ b) $x \in \mathbb{Q}$ et $x \notin \mathbb{R}$ c) $x \in \mathbb{R}$ et $x \notin \mathbb{Q}$

$x = \frac{5}{7}$ impossible un rationnel est un réel $x = \sqrt{2}$

Exercice 4

1) Ecrire sous la forme $\sqrt{a}$ avec a réel.

a) $2\sqrt{3}\times\sqrt{5} = 2\sqrt{15} = \sqrt{4\times15} = \sqrt{60}$

b) $\dfrac{3\sqrt{5}\times\sqrt{9}}{\sqrt{30}} = \dfrac{3\sqrt{45}}{\sqrt{30}} = \dfrac{\sqrt{9\times45}}{\sqrt{30}} = \sqrt{\dfrac{405}{30}} = \sqrt{13{,}5}$

c) $\sqrt{8}+\sqrt{2} = 2\sqrt{2}+\sqrt{2} = 3\sqrt{2} = \sqrt{9\times2} = \sqrt{18}$

2) Ecrire A sous la forme $a\sqrt{b}$ où a et b sont des entiers relatifs avec b le plus petit possible

$$A = \sqrt{20}-8\sqrt{45}+2\sqrt{5}$$
$$A = 2\sqrt{5}-8\times3\sqrt{5}+2\sqrt{5}$$
$$A = -20\sqrt{5}$$

3) Ecrire B sous la forme $a+b\sqrt{c}$ où a , b et c sont des entiers relatifs avec c le plus petit possible :

$$B = 3\sqrt{50}-\sqrt{49}+2\sqrt{8}$$
$$B = 3\times\sqrt{25\times2}-7+2\sqrt{4\times2}$$
$$B = 3\times5\sqrt{2}-7+2\times2\sqrt{2}$$
$$B = 19\sqrt{2}-7$$

Exercice 5 La conjecture

On considère les égalités suivantes : $1\times3+1=(1+1)^2$, $2\times4+1=(1+2)^2$, $3\times5+1=(1+3)^2$

1) Les égalités ci-dessus sont-elles vraies ou fausses ?

   $1\times3+1 = 3+1 = 4$ et $(1+1)^2 = = 2^2$ 4 donc ok pareil pour les deux autres

2) Proposer deux exemples d'égalités du même type et les vérifier.

   $5\times7+1=(1+5)^2$ $\quad$ $8\times10+1=(1+8)^2$

3) Formuler alors une conjecture, c'est à dire une écriture mathématique de la règle qui semble apparaître.

   $x\times(x+2)+1=(1+x)^2$

4) Démontrer votre conjecture .

   $x\times(x+2)+1 = x^2+2x+1$ et $(1+x)^2 = (1+x)(1+x) = 1+x+x+x^2 = 1+2x+x^2$

   on retrouve la même chose

Exercice 6

Le plan est muni d'un repère (O ; I , J)

On considère les points $A(7;-6)$, $B(0;-8)$, $C(-5;-4)$, $E(-10;4)$ et $M(1;-5)$ est le milieu de [AC]

1) Placer les points A , B , C et E dans le repère ci-dessous.

2) Calculer les coordonnées du point F milieu de [EC] F (−7,5; 0)

3) On appelle D le point tel que ABCD est un parallélogramme de centre M

   a) Démontrer que D a pour coordonnées $(2;-2)$

   b) Calculer les distances AB et BC

$AB^2 = (0-7)^2+(-8+6)^2 = 49+4$ $\quad$ $BC = (-5-0)^2+(-4+8)^2 = 25+16$

$AB = \sqrt{53}$ $\quad$ $BC = \sqrt{41}$

c) Justifier alors soigneusement que ABCD n'est pas un losange.

ABCD est un parallèlogramme ayant deux côtés consécutifs de longueur différente donc ce n'est pas un losange

4) Le point M appartient-il au cercle de centre A et de rayon $\sqrt{35}$?

$AM^2 = (1-7)^2+(-5+6)^2 = 36+1$

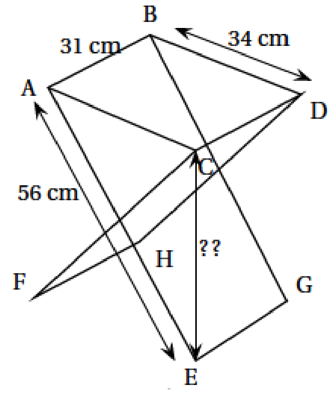
AM = $\sqrt{37} \neq \sqrt{35}$ donc M n'appartient au cercle

<u>Exercice 7</u>

Pour une bonne partie de pêche au bord de l'eau, il faut un siège pliant adapté.
Nicolas est de taille moyenne et pour être bien assis, il est nécessaire que la hauteur de l'assise du siège soit dans l'intervalle $[44;46]$.

Voici les dimensions d'un siège pliable qu'il a trouvé en vente sur internet :

- longueur des pieds : 56 cm
- largeur de l'assise : 34 cm
- profondeur de l'assise : 31 cm



L'angle $\widehat{ACE}$ est droit et ABDC est un rectangle .
La hauteur de ce siège lui est-elle adaptée ?

On applique le th de Pythagore dans le triangle rectangle ACE :

$AE^2 = AC^2 + CE^2$

$56^2 = 34^2 + CE^2$

$CE^2 = 56^2 - 34^2 = 1980$

donc CE = $\sqrt{1980} \approx 44{,}5 \in [44;46]$ donc convient