DS seconde I
Lundi 16 septembre
2 heures

Exercice 1 **(1 point)** Déterminer la liste des diviseurs de 36

$36 = 1 \times 36$

$36 = 2 \times 18$

$36 = 3 \times 12$

$36 = 4 \times 9$

$36 = 6 \times 6$

Les diviseurs de 36 sont 1 , 2 , 3 , 4 , 6 , 9 , 12 , 18 , 36

Exercice 2 **(3 points)**

Indiquer pour chaque affirmation si elle est vraie ou fausse . Justifier la réponse :

Affirmation 1 : Si un entier n est divisible par 8 alors $\frac{8}{n}$ est un entier .

FAUX contre exemple : n = 16

On a bien n divisible par 8 mais $\frac{8}{16} = \frac{1}{2}$ n'est pas un entier

Affirmation 2 : Si un entier n est divisible par 8 alors c'est un multiple de 4

n est divisible par 8 donc il peut s'écrire n = $8 \times k$ avec k entier

d'où n = $4 \times 2 \times k = 4 \times K$ donc n est un multiple de 4

Affirmation 3 : La somme de deux nombres premiers est un nombre premier

FAUX : 7 + 5 = 12 or 12 n'est pas premier

Exercice 3 **(3 points)** Décomposer 3388 et 840 en produits de nombres premiers en détaillant

En déduire l'écriture de $\frac{3380}{840}$ sous forme d'une fraction irréductible

3388	2	840	2	3380	2
1694	2	420	2	1690	2
847	7	210	2	845	5
121	11	105	5	169	13
11	11	21	3	13	13
1		7	7	1	
		1			

$3388 = 2^2 \times 7 \times 11^2$

$840 = 2^3 \times 3 \times 5 \times 7$

$3380 = 2^2 \times 5 \times 13^2$

$$\frac{3380}{840} = \frac{2^2 \times 5 \times 13^2}{2^3 \times 3 \times 5 \times 7} = \frac{13^2}{2 \times 3 \times 7} = \frac{169}{42}$$

Exercice 4 (2 points) Les nombres 1287, 289 , 239 sont-ils premiers ?

1287 = 3×429 donc il n'est pas premier

289 = 17^2 donc il n'est pas premier

$\sqrt{239}$ ≈ 15,... on divise donc 239 par les nombres premiers inférieurs à 239 c'est à dire par 2 , 3 , 5 , 7 , 11 , 13

aucune des divisions n'est exactes donc 239 est un nombre premier

Exercice 5 (3 points)

1) Montrer que la somme de deux multiples de 5 est un multiple de 5

Les deux multiples de 5 peuvent s'écrire : n = 5k et N = 5K

on a donc n+N = 5k+5K = 5(k+K) = 5k' avec k' entier donc la somme est multiple de 5

2) Montrer que la somme de trois entiers consécutifs est divisible par 3

Trois entiers consécutifs peuvent s'écrire n , n+1 , n+2

leur somme est donc n + n+1 + n+2 = 3n + 3 = 3(n+1) = 3K avec K entier donc la somme est multiple de 3

3) Montrer que si n est impair alors 4 est un diviseur de n^2+2n+5

Si n est impair, il peut s'écrire n = 2k+1 d'où : n^2+2n+5 = $(2k+1)^2+2(2k+1)+5$ =

$(2k+1)(2k+1)+4k+2+5$ = $4k^2+2k+2k+1+4k+7$ = $4k^2+8k+8$ = $4(k^2+2k+2)$ = 4K avc K entier

donc 4 divise n^2+2n+5

Exercice 6 (3 points)

On considère l'affirmation (A) : « Si un carré est pair alors ce nombre est pair »

1) a) Ecrire la contraposée de cette implication

Si un nombre n'est pas pair alors son carré n'est pas pair

ce qui devient

si un nombre est impair alors son carré est impair

b) Montrer que cette contraposée est vraie

soit n un nombre impair donc n = 2k+1

on a alors : n^2 = $(2k+1)^2$ = $(2k+1)(2k+1)$ = $4k^2+4k+1$ = $2(2k^2+2k)+1$ = 2K+1

n^2 est donc impair

2) a) Ecrire la réciproque de l'affirmation (A)

Si un nombre est pair alors son carré est pair

b) La réciproque est-elle vraie ?

Soit n un nombre pair donc n = 2k alors son carré est $n^2 = (2k)^2 = 4k^2$ = $2\times(2k^2)$ = 2K nombre pair

Exercice 7 **(2 points)**

Les français consomment environ 144 litres d'eau minérale en bouteille par an et par personne .

On sait que :

- 1 litre d'eau pèse 1 kg
- Chaque bouteille contient 1,5 litre d'eau
- Chaque bouteille vide pèse 75 g
- La population française est de 67 millions d'habitants

Combien de tonnes de déchets seraient économisés si les Français ne consommaient que de l'eau du robinet ?

67 millions * 144 = 9648 millions de litres d'eau consommés par an par les français

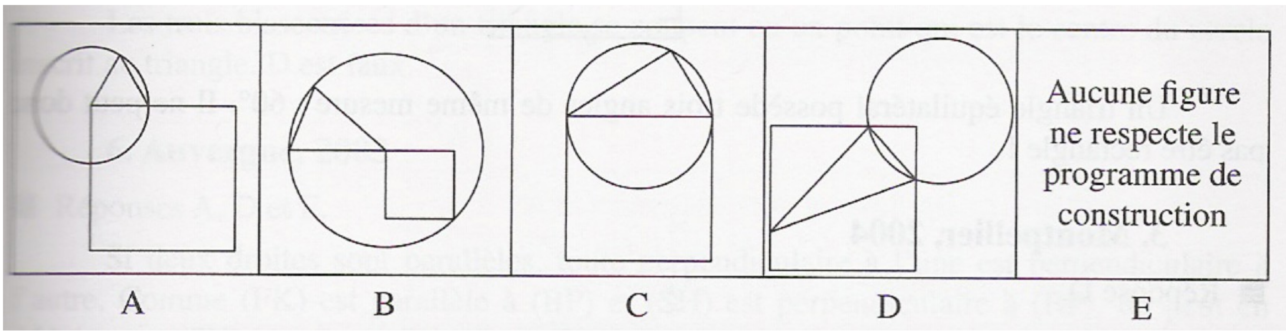
ce qui correspond à 9648 millions / 1,5 = 6 432 000 000 bouteilles

d'où 6 432 000 000 * 75 g = 482 400 000 000 g = 482 400 tonnes de déchets

Exercice 8 **(1 point)**

Voici un programme de construction pour une figure géométrique : On trace un carré puis on trace un cercle dont le centre est l'un des sommets du carré et enfin on trace un triangle dont les sommets sont sur le cercle.

Parmi les réponses ci-dessous, quelle est celle qui respecte les consignes ?



Aucune figure ne respecte le programme de constrution

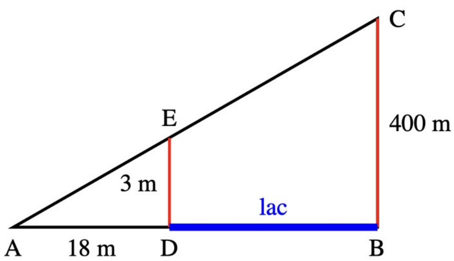
Exercice 9 **(2 points)** Proposer une solution même incomplète

Laurence voudrait connaître la longueur d'un lac avant de la traverser à la nage. Elle est à 18 m de ce lac .

Sur le bord du lac, il y a une maison de 3 m de haut . De l'autre côté du lac, il y a une falaise de 400 m de haut . Elle voit le haut de la falaise dans l'alignement du toit de la maison.

On peut schématiser la situation par la figure ci-contre.

Quelle distance Laurence devra nager pour traverser ce lac ?



la maison et la falaise sont parfaitement verticales peut se traduire par (ED) // (BC) on peut donc appliquer le th de Thalés dans les triangles AED et ABC : $\frac{AD}{AB} = \frac{ED}{BC} = \frac{AE}{AC}$

$$\frac{18}{AB} = \frac{3}{400}$$

$18 \times 400 = AB \times 3$ ce qui donne AB = 2400 m

le lac fait donc 2400 – 18 = 2382 m