

La droite d'Euler d'un triangle

Soit ABC un triangle.

1) Construire le centre O de son cercle circonscrit \mathcal{C} , l'orthocentre H et le centre de gravité G de ce triangle.

On appelle A' le milieu de [BC] et D le symétrique de A par rapport à O sur le cercle circonscrit \mathcal{C} .

On pourra rechercher le web pour trouver les définitions de ces points

2) a) Pourquoi le triangle ACD est-il rectangle en C ?

Le triangle ADC est inscrit dans un cercle de diamètre [AD] donc il est rectangle en C

b) En déduire que les droites (BH) et (CD) sont parallèles.

On a donc (AC) et (CD) perpendiculaires ainsi que les droites (BH) et (AC) or si deux droites sont perpendiculaires à une même troisième alors elles sont parallèles entre elles donc (BH) // (CD)

c) Démontrer, de même, que les droites (BD) et (HC) sont parallèles

Le triangle ABD est rectangle en B, on a (AB) et (BD) ainsi que (CH) et (AB) qui sont perpendiculaires donc (BD) // (CH)

d) En déduire la nature du quadrilatère BHCD.

Ce quadrilatère à ses côtés opposés parallèles, c'est un parallélogramme

e) Pourquoi a-t-on alors A' milieu de [HD] ?

Les diagonales [BC] et [HD] de BHCD se coupent en leur milieu or A' est le milieu de [BC] donc A' est le milieu de [HD]

3) a) Donner deux médianes du triangle AHD.

On peut donner (AA') et (HO)

b) En déduire le centre de gravité du triangle AHD

Comme G est placé au deux tiers un tiers de la médiane (AA'), (AA') et (HO) se coupent en G qui est le centre de gravité de AHD

4) En déduire alors l'alignement des points O, H et G

G est sur la médiane (HO) d'où l'alignement

