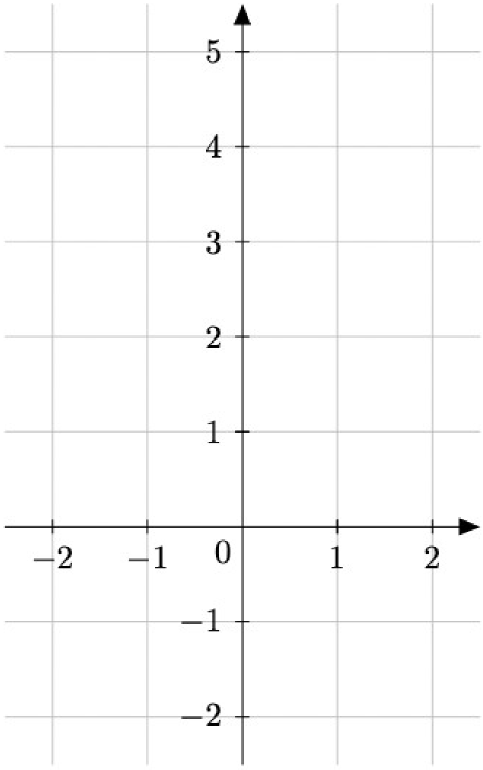
TP : Résolution d'une équation f(x) = 0 par balayage ou dichotomie

1) **Introduction**

L'objectif est de déterminer une valeur approchée de la (ou des) solution(s) d'une équation du type f(x) = 0 par deux méthodes



On considère l'équation d'inconnue x ∈ ℝ , $x^2 = x + 1$.
Déterminer la fonction f pour que le problème soit équivalent à résoudre l'équation f(x) = 0

on a f(x) = $x^2 - x - 1$

2) Première méthode :

Recherche d'une solution par balayage

Utiliser votre calculatrice pour compléter le tableau suivant :

x	−2	−1	0	1	2
f(x)	5	1	-1	-1	1

3) Donner l'allure de la courbe représentative de f sur le graphe ci-contre

4) En déduire le nombre de solution de l'équation f(x) = 0 et donner un encadrement de ces solutions à 10^0 prés

Il semble y avoir deux solutions ; une entre 1 et 2 et l'autre entre -1 et 0

5) On appelle α la solution positive de l'équation f(x) = 0

x	1	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6	1,7	1,8	1,9	2
f(x)	-1	-0,89	-0,76	-0,61	-0,44	-0,25	-0,04	0,19	0,44	0,71	1

6) En déduire un encadrement de α à 10^{-1} près

On passe de négatif à positif entre 1,6 et 1,7

7) Compléter le tableau suivant afin d'obtenir une valeur approchée de α à 10^{-2} prés

x	1,6	1,61	1,62	1,63	1,64	1,65	1,66	1,67	1,68	1,69	2
f(x)	-0,04	-0,018	0,0044	;	;	;	;	;	;	;	;

En déduire un encadrement de α à 10^{-2} près

On passe de négatif à positif entre 1,61 et 1,62

8) Compléter le tableau suivant afin d'obtenir une valeur approchée de α à 10^{-3} prés

x	1,610	1,611	1,612	1,613	1,614	1,615	1,616	1,617	1,618	1,619	1,620
f(x)	-0,018	-0,016	-0,013	;	;	;			-8E-5	0,0022	

En déduire un encadrement de α à 10^{-3} près

On passe de négatif à positif entre 1,618 et 1,619

9) Deuxième méthode

Recherche d'une solution par dichotomie

On admet que la fonction f est croissante sur l'intervalle [1;2]

Vérifié que f(1) < 0 et que f(2) > 0 .

Pourquoi peut-on en déduire que $1<\alpha<2$?

f(1) = -1 < 0 et f(2) = 1 > 0

On passe de négatif à positif donc α qui est la soltuion de f(x) = 0 est tel que $1<\alpha<2$

10) On prend le milieu de [1;2]. Quel est le signe de son image par la fonction f ? Proposer alors un nouvel encadrement de α .

m = 1,5 f(1,5) = –0,25 < 0 et f(2) > 0 donc $1{,}5<\alpha<2$

11) On prend maintenant le milieu de [1,5;2]. Quel est le signe de son image par la fonction f ? Proposer alors un nouvel encadrement de α .

m = 1,75 f(1,75) = 0,3125 > 0 et f(1,5) < 0 donc $1{,}5<\alpha<1{,}75$

12) Reprendre la question 11 en prenant le milieu du nouvel encadrement de α

m = 1,625 f(1,625) = 0,0156 > 0 et f(1,5) < 0 donc $1{,}5<\alpha<1{,}625$

Voir en terminale car effacer par erreur l'algorithme