

Devoir surveillé seconde I

Le Mardi 2 avril

Exercice 1

On donne les points : $A(4;2)$, $B(-2;1)$, $C(-3;5)$.

Le point M est défini par : $\vec{AM} = 2\vec{AB} - 3\vec{AC}$

1) Calculer les coordonnées des vecteurs \vec{AB} et \vec{AC}

$$\vec{AB} \quad (-6; -1) \qquad \vec{AC} \quad (-7; 3)$$

2) On pose $M(x; y)$. Calculer les coordonnées de \vec{AM}

$$\vec{AM} \quad (x-4; y-2)$$

3) En déduire les coordonnées de M

$$\begin{pmatrix} x-4 \\ y-2 \end{pmatrix} = 2 \begin{pmatrix} 6 \\ 1 \end{pmatrix} - 3 \begin{pmatrix} -7 \\ 3 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x-4 \\ y-2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 \\ -11 \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 13 \\ -9 \end{pmatrix}$$

Exercice 2 Alignement et parallélisme : un exercice déterminant

1) On donne les points $A(-2;-1)$, $B(5;3)$ et $C(7;4)$

Les points A, B et C sont-ils alignés ?

$\text{Det}(\vec{AB}; \vec{AC}) = \begin{vmatrix} 7 & 9 \\ 4 & 5 \end{vmatrix} = 35 - 36 = -1 \neq 0$ donc vecteurs non colinéaires et points non alignés

2) On donne les points $A(-3;2)$, $B(1;4)$, $C(-1;-3)$ et $D(-3;-4)$

Les droites (AB) et (CD) sont-elles parallèles ?

$\text{Det}(\vec{AB}; \vec{CD}) = \begin{vmatrix} 4 & -2 \\ 2 & -1 \end{vmatrix} = -4 + 4 = 0$ donc vecteurs colinéaires et droites parallèles

Exercice 3

On donne les points $A(3;-1)$, $B(7;5)$, $C(-3;3)$ dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$ d'unité 1 cm

1) Placer les points A, B et C

2) Calculer les longueurs AB, BC et AC

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} = \sqrt{16 + 36} = \sqrt{52}$$

De même on montre que $AC = \sqrt{52}$ et $BC = \sqrt{104}$

3) Quelle est la nature du triangle ABC ? (on se justifiera)

Déjà il est isocèle $AB = AC$

De plus $AB^2 + AC^2 = BC^2$ donc d'après la réciproque du th de Pythagore, le tri est rectangle donc il est rect isocèle en A

Exercice 4

On donne les points $A(-1;3)$, $B(1;1)$, $C(2;2)$ et $D(3;4)$

1) Calculer les coordonnées des points E, F et G définis par :

a) $\vec{AE} = 3\vec{AB}$

b) C est le milieu de [AF] c) $\vec{AG} = \frac{3}{2}\vec{AD}$

$$\vec{AE} \begin{pmatrix} x+1 \\ y-3 \end{pmatrix} \quad \vec{AB} \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \end{pmatrix} \quad \begin{cases} 2 = \frac{-1+x}{2} \\ 2 = \frac{3+y}{2} \end{cases}$$

De même qu'en a) , on trouve

donc $\begin{cases} x=5 \\ y=-3 \end{cases}$

$$\begin{cases} x=5 \\ y=1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=5 \\ y=\frac{9}{2} \end{cases}$$

2) Démontrer que les points E , F et G sont alignés

les trois points ont la même abscisse donc ils sont alignés