Composition de mathématiques seconde I

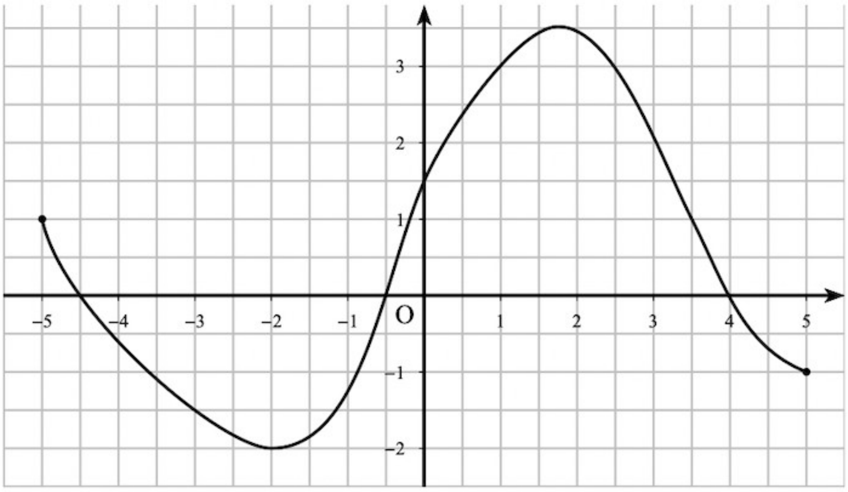
Vendredi 19 janvier

2 heures

Exercice 1

On donne la représentation graphique suivante d'une fonction f .

A l'aide de cette représentation graphique, répondre aux questions suivantes



1) Donner l'ensemble de définition D_f de la fonction f

f est définie sur [−5;5]

2) Donner les images de −3 et 0 par f

−3 a pour image −1,5   0 a pour image 1,5

3) Déterminer les antécédents de 3 par f

3 a pour antécédents 1 et 2,5

4) a) Résoudre l'équation f(x) = 1 . Vous expliquerez comment vous résolvez cette équation graphiquement .

On cherche les abscisses des points d'intersection de C_f et de la droite d'équation y = 1

On trouve S = { -5 ; -0,2 ; 3,5 }

b) Résoudre l'équation f(x) = −3 .

même principe qu'avant : on trouve : S = Ø

c) Résoudre l'inéquation f(x) ≤ 0 . Vous expliquerez comment vous résolvez cette inéquation graphiquement

On cherche les abscisses des points de C_f situés sur ou en dessous de l'axe des abscisses

On trouve S = $[-4,5;-0,5]\cup[4;5]$

Exercice 2 Résoudre les inéquations suivantes et donner les solutions sous la forme d'un intervalle

a) $5-3x>9-6x$

$-3x+6x>9-5$

$3x>4$

$x>\frac{4}{3}$

S = $\left]\frac{4}{3};+\infty\right[$

b) $-3x\leq 5x+1$

$-3x-5x\leq 1$

$-8x\leq 1$

$x\geq -\frac{1}{8}$

S = $\left[-\frac{1}{8};+\infty\right[$

c) $2(7x-8)+1\leq 14x-5$

$14x-16+1\leq 14x-5$

$-15\leq -5$

Toujours vrai

S = $\mathbb{R}$

Exercice 3

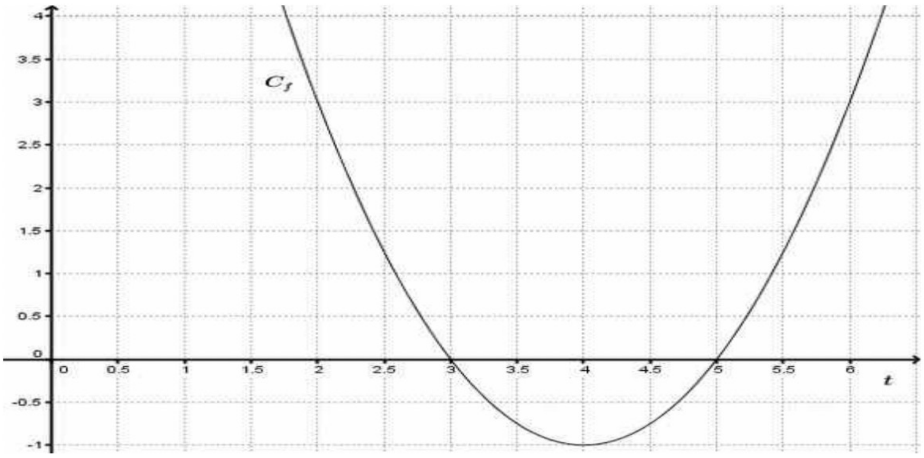
Le martin pécheur est un oiseau qui se nourrit de poissons qu'il pêche : il plonge dans l'eau sur de petits poissons

On a schématisé son plongeon par la fonction f définie par :

$f(t) = (t-4)^2-1$

La variable t représente le temps en seconde et f(t) donne la position de l'oiseau **en dm.**

L'axe des abscisses représente le niveau de l'eau.



1) a) Montrer que f(t) = $(t-5)(t-3)$

f(t) = $(t-4)^2-1 = (t-4)(t-4)-1 = t^2-4t-4t+16-1 = t^2-8t+15$

$(t-5)(t-3) = t^2-3t-5t+15 = t^2-8t+15$ = f(t)

b) Montrer que f(t) = $t^2-8t+15$

question précédente

c) Résoudre, avec la forme la plus adaptée de f, l'équation $f(t) = 0$.

Interpréter les solutions de cette équation

$(t-5)(t-3) = 0$ EPN $t-5 = 0$ ou $t-3 = 0$ d'où t = 5 ou t = 3

la courbe coupe l'axe des abscisses en 3 et 5

2) a) Calculer l'image de 3,7 par la fonction f

$f(3{,}7) = (3{,}7-5)(3{,}7-3) = -1{,}3\times 0{,}7 = -0{,}91$

b) Déterminer, par le calcul, les antécédents de 15 par la fonction f

il faut résoudre f(t) = 15

$t^2-8t+15 = 15$

$t(t-8) = 0$ EPN

t = 0 ou t = 8

S = { 0 ; 8 }

c) Si t appartient à l'intervalle $[2;3{,}5]$, donner un encadrement de $f(t)$

Graphiquement , on lit f(t) ∈ [-0,75;3]

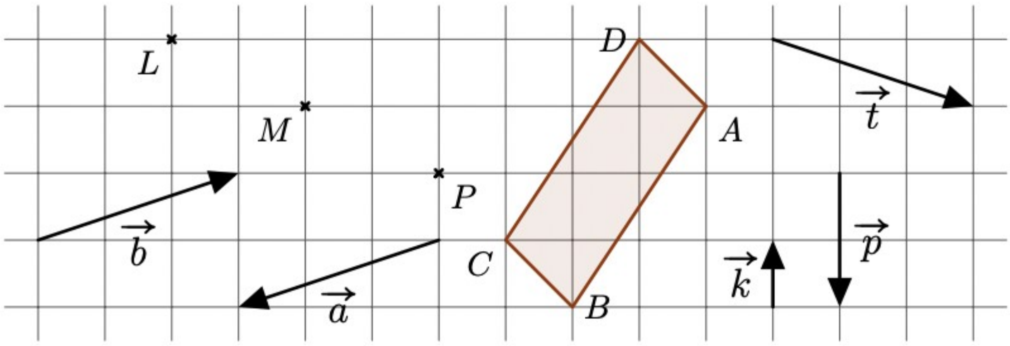
3) a) Un poisson situé au point de coordonnées ($\frac{9}{2}$; - $\frac{3}{4}$) est-il sur la trajectoire du martin pêcheur ? Justifier la réponse par un calcul

f(4,5) = ... = $-0{,}75$ = $-\frac{3}{4}$ donc l'oiseau est sur la trajectoire du poisson

b) L'oiseau ne descend pas plus bas que 10 cm sous l'eau . Est-ce vrai ou faux ? Justifier

Graphiquement, le minimum de la fonction est en –1 donc la profondeur max est de 1 dm = 10 cm donc VRAI

Exercice 4 **Répondre à cet exercice sur le sujet**



1) Compléter le tableau ci-dessous par VRAI ou FAUX sans justifier :

a.	$\vec{k}$ et $\vec{p}$ sont opposés	FAUX	b.	$\vec{a}$ et $\vec{b}$ sont des vecteurs opposés	VRAI
c.	$\overrightarrow{AD}=-\overrightarrow{CB}$	VRAI	d.	$\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{CD}$	FAUX

2) Les trois affirmations suivantes sont fausses, pour chacune expliquer pourquoi :

a. $\overrightarrow{LM}=\overrightarrow{LP}$ les deux vecteurs n'ont pas la même longueur

b. $\overrightarrow{BD}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont opposés ils n'ont pas la même direction

c. $\overrightarrow{ML}$ et $\overrightarrow{MP}$ sont égaux : ils n'ont pas le même sens

Exercice 5 **Les deux parties de cet exercice sont indépendantes**

Partie A

1) **Recopier** et compléter les égalités suivantes à l'aide de la relation de Chasles

2) $\overrightarrow{AV} = \overrightarrow{...F}+\overrightarrow{......}$ $\overrightarrow{...G} = \overrightarrow{ET} + \overrightarrow{......}+\overrightarrow{......}$

$\overrightarrow{AV} = \overrightarrow{AF}+\overrightarrow{FV}$ $\overrightarrow{EG} = \overrightarrow{ET}+\overrightarrow{TA}+\overrightarrow{AG}$

3) Ecrire le plus simplement possible :

a) $\overrightarrow{BD}+\overrightarrow{DA} = \overrightarrow{BA}$

b) $\overrightarrow{BD}+\overrightarrow{AA} = \overrightarrow{BD}$

c) $\overrightarrow{BD}-\overrightarrow{BA} = \overrightarrow{BD}+\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AD}$

d) $\overrightarrow{BD}-\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{DA}-\overrightarrow{DB} = \overrightarrow{BD}+\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{DA}+\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BD}+\overrightarrow{DA}+\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AA}+\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{BD}$

Partie B

Soient $\vec{u}$ et $\vec{v}$ deux vecteurs et A un point du plan. **Voir la figure ci-dessous**

1) Construire les points B , C , D , E , F et G définis par les relations vectorielles suivantes :

a) $\overrightarrow{AB}=2\vec{u}$ b) $\overrightarrow{AC}=-\vec{u}$ c) $\overrightarrow{AD}=3\vec{u}+2\vec{v}$ d) $\overrightarrow{AE}=-2\vec{u}+\vec{v}$

e) $\overrightarrow{AF}=-3\vec{u}-\vec{v}$ f) $\overrightarrow{AG}=-\vec{u}-\frac{3}{2}\vec{v}$

2) **Rappel :** La relation de Chasles permet d'écrire $\overrightarrow{BD}=\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{AD}$ et $\overrightarrow{FE}=\overrightarrow{FA}+\overrightarrow{AE}$.

a) En utilisant ce rappel, exprimer les vecteurs $\overrightarrow{BD}$ et $\overrightarrow{FE}$ en fonction des vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$

$\overrightarrow{BD} = -2\vec{u}+3\vec{u}+2\vec{v} = \vec{u}+2\vec{v}$ $\overrightarrow{FE} = 3\vec{u}+\vec{v}-2\vec{u}+\vec{v} = \vec{u}+2\vec{v}$

b) Que peut-on en déduire pour le quadrilatère BDEF ?

On a donc $\overrightarrow{BD}=\overrightarrow{FE}$ donc le quadrilatère BDEF est un parallélogramme