DM 2

Exercice 1 :

1) $A(13{,}5;5{,}5)$ B(9;12) C(1;11) D(1;3) E(9;0)

$AB^2 = (x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2$

$AB^2 = (9-13{,}5)^2+(12-5{,}5)^2$

$AB^2 = (-4{,}5)^2+6{,}5^2$

$AB = \sqrt{62{,}5}$

De même, $BC^2 = (1-9)^2+(11-12)^2$ CD = 8 $DE^2 = (9-1)^2+(0-3)^2$

$BC = \sqrt{65}$ $DE = \sqrt{73}$

$EA^2 = (13{,}5-9)^2+(5{,}5-0)^2$

$EA = \sqrt{50{,}5}$

Un tour fait donc $\sqrt{62{,}5}+\sqrt{65}+8+\sqrt{73}+\sqrt{50{,}5} \approx 39{,}62$ dam

2) 1000 m = 100 dam

$\frac{100}{39{,}62} \approx 2{,}52$ donc il faut 2 tours + $0{,}52\times39{,}62 = 20{,}6$

$AB+BC = \sqrt{62{,}5}+\sqrt{65} \approx 16$ dam

$20{,}6-16 = 4{,}6$

$11-4{,}6 = 6{,}4$

donc il faut s'arrêter au point $F(1;6{,}4)$ aprés 2 tours

Exercice 2 : Les nombres bons ou mauvais

On peut éliminer les décompositions où 1 apparaît car alors la somme des inverses sera supérieure à 1

4 = 2+2 et $\frac{1}{2}+\frac{1}{2}=1$ donc 4 est bon

6 = 2 + 4 et $\frac{1}{2}+\frac{1}{4}=\frac{6}{8}\neq1$ 6 = 3 + 3 et $\frac{1}{3}+\frac{1}{3}=\frac{2}{3}\neq1$ 6 = 2+2+2 et $\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}=\frac{3}{2}\neq1$

8 = 2+6 et $\frac{1}{2}+\frac{1}{6}=\frac{8}{12}\neq1$ 8 = 3+5 et $\frac{1}{3}+\frac{1}{5}=\frac{8}{15}\neq1$ 8 = 4+4 et $\frac{1}{4}+\frac{1}{4}=\frac{1}{2}\neq1$

8 = 2+2+4 et $\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{4}=\frac{5}{4}\neq1$ 8 = 2+3+3 et $\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{3} = \frac{5}{6}\neq1$

9 = 3+3+3 et $\frac{1}{3}+\frac{1}{3}+\frac{1}{3}=1$ donc 9 est bon

10 = 2 + 4 + 4 et $\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{4}=1$ donc 10 est bon

Exercice 3 : **Les questions sont indépendantes**

1) $100^{33} = (10^2)^{33} = 10^{66} = 100 \ldots 000$ avec 66 zéros donc
$100..000-33=99..99967$ avec 64 fois le chiffre 9 donc la somme vaut $64\times 9+13 = 589$

2) A quelle condition sur a, l'équation $x+\frac{x}{2}+\frac{x}{3}+\frac{x}{4}=a$ admet-elle pour solution un nombre entier ?

L'équation est équivalente à : $\frac{12x}{12}+\frac{6x}{12}+\frac{4x}{12}+\frac{3x}{12}=a$ cad $\frac{25x}{12}=a$ d'où $x = \frac{12a}{25}$ Il faut donc choisir a multiple de 25