Devoir surveillé seconde I

2 heures

Vendredi 3 février 2023

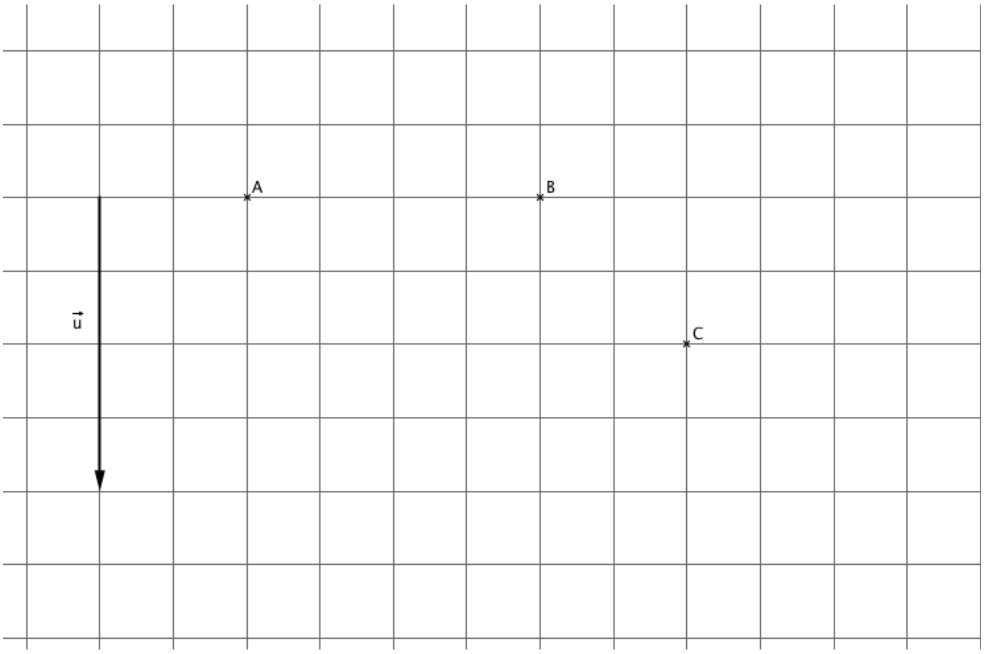
Exercice 1: Les 2 questions sont indépendantes.

1) On donne un vecteur $\vec{u}$ et trois points A , B et C .

   a) Construire le point D tel que $\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{CB}$

   b) Construire le point F tel que $\overrightarrow{BF}=\overrightarrow{AB}+\vec{u}$

   c) Construire le point G tel que $\overrightarrow{GC}=\frac{1}{2}\vec{u}+\overrightarrow{AB}$



2) Soit ABC un triangle .

On considère les points M , N et P tels que : $\overrightarrow{AM}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{CN}=\frac{1}{3}\overrightarrow{CA}$, $\overrightarrow{CP}=\frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$

a) Compléter la figure donnée ci-dessous en y plaçant les points M , N et P

b) Compléter à l'aide de la relation de Chasles : $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{M...}+\overrightarrow{A...}+\overrightarrow{C...}$

$$\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MA}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{CN}$$

c) En déduire que $\overrightarrow{MN} = -\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}+\frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$

$$\overrightarrow{MN} = -\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}+\frac{1}{3}\overrightarrow{CA} = -\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}-\frac{1}{3}\overrightarrow{AC} = -\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}+\frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$$

d) Exprimer de la même manière $\overrightarrow{NP} = -\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}+\frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$

$$\overrightarrow{NP} = \overrightarrow{NC}+\overrightarrow{CP} = -\frac{1}{3}\overrightarrow{CA}+\frac{1}{3}\overrightarrow{BC} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}+\frac{1}{3}(\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{AC}) = \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}+\frac{1}{3}\overrightarrow{BA}+\frac{1}{3}\overrightarrow{AC} = -\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}+\frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$$

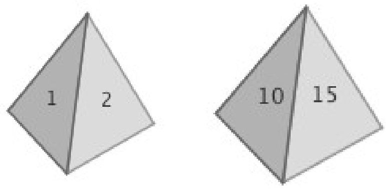
e) Que peut-on en déduire ?

On obtient donc $\overrightarrow{MN}=\overrightarrow{NP}$ donc N est le milieu de [MP]

Exercice 2: Les deux parties sont indépendantes

Partie A

On lance deux dès tétraédriques (c'est à dire des pyramides dont les faces sont des triangles) équilibrés dont les faces sont numérotées 1 ; 1 ; 2 et 2 pour l'un et 5 ; 10 ; 15 et 20 pour l'autre.
On calcule alors **la somme** des numéros sur **les six faces visibles** et on note Ω l'ensemble des issues .



Dire si les affirmations suivantes sont vraies ou fausses **en justifiant la réponse** :

a) Ω = {34 ; 35 ; 39 ; 40 ; 44 ; 45 ; 49 ; 50 }

Le premier dé peut donner comme somme : 1+1+2 = 4 1+2+2 = 5
Le deuxième dé peut donner : 5+10+15 = 30 5+10+20 = 35 5+15+20 = 40 10+15+20 = 45
Pour les deux associés on peut dresser un tableau :

	30	35	40	45
4	34	39	44	49
5	35	40	45	50

On retrouve bien l'univers proposé Affirmation VRAIE

b) Les événements D : « la somme est paire » et R : « la somme est un multiple de 3 » sont incompatibles

D est formé des issues : { 34 , 40, 44 , 50 }
R est formé des issues : { 39 , 45 }
N'ayant rien en commun , on a donc P ($D \cap R$) = Ø donc événements incompatibles
Affirmation VRAIE

c) L'événement D et l'événement Z : « La somme est divisible par 11 » sont contraires

D est formé des issues : { 34 , 40, 44 , 50 }
Z est formé des issues : { 44 }
on constate donc que D et Z ont un élément en commun donc ils ne sont pas contraires

Partie B

On considère une population de 600 personnes à qui on propose un vaccin pour lutter contre une maladie.
Un tiers de la population a été vacciné.
On sait qu'au total 240 personnes sont malades dans la population et parmi ces personnes malades, une personne sur 15 est vaccinée.

1) A partir des données de l'énoncé, compléter **sur le sujet** le tableau ci-dessous :

	Malades	Non malades	Total
Vaccinés	16	184	200
Non Vaccinés	224	176	400
Total	240	360	600

2) On interroge une personne au hasard et on considère les événements suivants :

V : « la personne interrogée est vaccinée »

M : « la personne interrogée est malade »

a) Que veulent dire les événements $V \cap M$ et $V \cup M$?

$V \cap M$: la personne interrogée est vacciné ET malade

$V \cup M$: la personne interrogée est vacciné OU malade

b) Calculer P(V) , P(M) , P($V \cap M$) , P($V \cup M$)

$P(V) = \frac{1}{3}$ $\quad$ $P(M) = \frac{240}{600} = \frac{2}{5}$ $\quad$ $P(V \cap M) = \frac{16}{600} = \frac{2}{75} \approx 0{,}03$

$P(V \cup M) = P(V) + P(M) - P(V \cap M) = \frac{1}{3}+\frac{2}{5}-\frac{2}{75} = \frac{53}{75} \approx 0{,}71$

3) a) Si l'on désigne au hasard une personne non vacciné, quelle est la probabilité, notée p, que cette personne soit malade ?

$$p = \frac{224}{400} = \frac{14}{25} = 0{,}56$$

b) Si l'on désigne au hasard une personne vacciné, quelle est la probabilité, notée q, que cette personne soit malade ?

$$q = \frac{16}{200} = 2/25 = 0{,}08$$

c) On appelle quotient d'efficacité du vaccin le quotient $\frac{p}{q}$. Si ce quotient est strictement supérieur à 1, le vaccin est déclaré efficace. Ce vaccin peut-il être déclaré efficace ?

$$\frac{p}{q} = \frac{\frac{14}{25}}{\frac{2}{25}} = 7 > 1 \text{ donc vaccin efficace}$$

Exercice 4

Soit f la fonction définie par $f(x) = x^4 - 3x^2 + 1$.

1) a) Henri affirme que 3 n'a pas d'image par la fonction f. A-t-il raison ? Justifier par un calcul si nécessaire

$$f(3) = 3^4 - 3\times3^2+1 = 55 \text{ donc l'image existe}$$

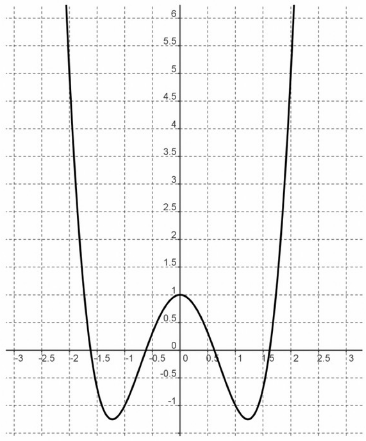
b) Calculer la valeur exacte de $f(\sqrt{2})$ (on demande les détails de calculs)

$f(\sqrt{2}) = \sqrt{2}^4 - 3\sqrt{2}^2 + 1$

$= 4 - 6 + 1 = -1$

c) L'élève Emile affirme que 0,4 est une solution de l'équation f(x) = 0,5. A-t-il raison? Justifier par un calcul si nécessaire

$f(0{,}4) = 0{,}4^4 - 3\times0{,}4^2+1 = 0{,}5456 \neq 0{,}5$ donc FAUX



2) On note C la courbe représentative de la fonction f

a) Résoudre graphiquement f(x) = 1

on cherche les abscisses des points d'intersection de la courbe avec la droite d'équation y = 1.

On trouve : S = { –1,75 ; 0 ; 1,75 }

b) Résoudre graphiquement f(x) < –1

On cherche les abscisses des points de la courbe situés en dessous de la droite d'équation y = –1 .

On trouve S =]–1,4 ;–1[union]1;1,4[

Exercice 5

Sur le repère donné ci-dessous, tracer une courbe représentative possible d'une fonction f définie sur [–3;5] et vérifiant les conditions suivantes :

- L'image de 5 est –3
- –1 a deux antécédents qui sont –1 et 4,25
- L'équation f(x) = 2 a 3 solutions qui sont –3 1,75 et 3,25
- L'ensemble des solutions de l'inéquation f(x) ≥ 3 est [2;3]
- On sait de plus que f(x) est positif pour x ∈ $[-3;-2]\cup[1;4]$ et négatif pour x ∈ $[-2;1]\cup[4;5]$