Devoir de mathématiques 2nde I

Mardi 10 Janvier 2023

2 heures

Exercice 1 On donne en annexe, la représentation d'une fonction f définie sur [-5;5].
Les réponses seront données à 0,1 près.

1) Déterminer graphiquement les images de -2 , 0 et celle de 1

-2 a pour image -1
0 a pour image 0
1 a pour image 5

2) a) Déterminer les éventuels antécédents de 5 par f :

on peut lire 1 et 2

b) Donner un réel ayant un seul antécédent

6 n'a qu'un antécédent

c) Donner un réel n'ayant aucun antécédent

7 n'a pas d'antécédent

3) Soit g la fonction définie par g(x) = x . Construire la courbe représentative de g sur l'annexe

4) Résoudre graphiquement, avec la précision permise par le graphique, les équations ou inéquation suivantes **(on expliquera la démarche suivie dans chaque cas)**

a) f(x) = 4 b) f(x) ≥ 2 c) f(x) = g(x)

a) f(x) = 4 La droite d'équation y = 4 a deux points d'intersection avec la courbe Cf donc l'équation admet deux solutions : x = 0,8 et x = 2,4

b) f(x) ≥ 2 On cherche les points de Cf situés sur ou au dessus de la droite d'équation y = 2. On lit leurs abscisses : S = [0,5;4]

c) f(x) = g(x) On cherche les abscisses des points d'intersection de Cf et Cg . On lit: S = {-1 ; 0 ; 3 }

5) Parmi les expressions suivantes, laquelle est selon vous f(x) ? On justifiera par des calculs d'images

a) $\frac{x}{x^2+1}$ b) $\frac{1}{x^2+1}+3{,}5$ c) $\frac{5x}{x^2-2x+2}$ d) $\frac{5x}{x-1}$

Le b ne convient pas car f(à) = 1+3,5 = 4,5 ≠ 0

Le d) ne convient pas car x = 1 est une valeur interdite et la courbe n'en a pas

Le a) ne convient pas car en x = 1 on trouve : $\frac{1}{1+1}=\frac{1}{2}$ ≠ 5

Le c) semble convenir en x = 0 , x = -1 , x = 1

Exercice 2

Soit f la fonction définie sur I = [2;+∞[par f(x) = $2x^2-3x-2$

On appelle C_f sa courbe représentative

1) a) Justifier, par le calcul, que la fonction f n'est ni paire ni impaire

$f(-x) = 2(-x)^2-3(-x)-2 = 2x^2+3x-2 \neq$ f(x)

et $-f(x) = -2x^2+3x+2 \neq f(-x)$ donc f n'est ni paire ni impaire

b) **(cours)** Comment peut-on vérifier ce résultat graphiquement ?

On vérifie que la courbe n'est pas symétrique par rapport à l'axe des ordonnées ou par rapoort à l'origine du repère

2) a) Recopier et compléter, à l'aide de la calculatrice, le tableau de valeurs suivants :

x	2	5	8	12	22	30
f(x)	0	33	102	250	900	1708

b) En déduire quelle fenêtre choisir sur la calculatrice pour obtenir sur l'intervalle [2;30] la courbe représentative de f

Xmin = 2 Xmax = 30 Ymin = 0 Ymax = 1710

3) Montrer que, pour tout x ∈ I, f(x) = $(2x+1)(x-2)$ puis que f(x) = $2\left(x-\frac{3}{4}\right)^2-\frac{25}{8}$

$(2x+1)(x-2) = 2x\times x+2x\times(-2)+1\times x+1\times(-2) = 2x^2-4x+x-2 = 2x^2-3x-2 = f(x)$

$2\left(x-\frac{3}{4}\right)^2-\frac{25}{8} = 2\left(x-\frac{3}{4}\right)\left(x-\frac{3}{4}\right)-\frac{25}{8} = \left(2x-\frac{3}{2}\right)\left(x-\frac{3}{4}\right)-\frac{25}{8} = 2x^2-\frac{3}{2}x-\frac{3}{2}x+\frac{9}{8}-\frac{25}{8} =$

$2x^2-3x-\frac{16}{8}$ = f(x)

4) Utiliser **la forme la plus adaptée** de f pour répondre aux questions suivantes :

a) Résoudre l'équation f(x) = 0

$(2x+1)(x-2)=0$ EPN donc deux solutions x = $-\frac{1}{2}$ et x = 2

b) Calculer les images de 3 et de $\frac{3}{4}$ par f

f(3) = $(2\times3+1)(3-2)$ = 7

f(3/4) = $2\left(\frac{3}{4}-\frac{3}{4}\right)^2-\frac{25}{8} = -\frac{25}{8}$

c) Déterminer les antécédents de -2 par f

$2x^2-3x-2=-2$

$2x^2-3x=0$

$x(2x-3)=0$

EPN

x = 0 et x = $\frac{3}{2}$

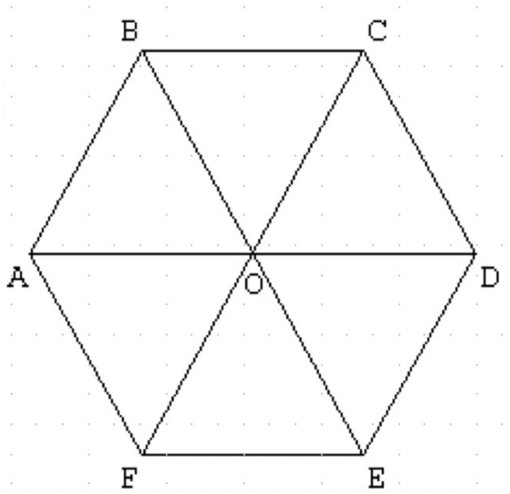
d) Quelle est l'ordonnée du point de C_f d'abscisse 0 ?

f(0) = $2\times0^2-3\times0-2 = -2$

Exercice 3 : La relation de Chasles

1) Voici un hexagone régulier ABCDEF de centre O. En utilisant les points de la figure, exprimer, en justifiant les réponses, les vecteurs suivants à l'aide d'un seul vecteur

(exemple : $\overrightarrow{OF}+\overrightarrow{OD}=\overrightarrow{OF}+\overrightarrow{FE}=\overrightarrow{OE}$)



a) $\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{FE} = \overrightarrow{OB}+\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{OC}$

b) $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$

c) $\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CB} = \overrightarrow{OC}+\overrightarrow{CB} = \overrightarrow{OB}$

d) $\overrightarrow{EO}+\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{FA} = \overrightarrow{EO}+\overrightarrow{OF}+\overrightarrow{FA} = \overrightarrow{EA}$

e) $\overrightarrow{DB}-\overrightarrow{EF} = \overrightarrow{DB}+\overrightarrow{FE} = \overrightarrow{DB}+\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{DC}$

2) Utiliser la relation de Chasles pour simplifier les sommes suivantes :

a) $\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{DC}+\overrightarrow{DA}$

$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{DA}$

$\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{DA}+\overrightarrow{AB}$

$\overrightarrow{CB}$

b) $2\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{OC}$

$2\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{CO}$

$2\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{AO}$

$2\overrightarrow{OA}-\overrightarrow{OA}$

$\overrightarrow{OA}$

c) $\overrightarrow{FG}-(\overrightarrow{FA}+\overrightarrow{FB})-(\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{GB})$

$\overrightarrow{FG}-\overrightarrow{FA}-\overrightarrow{FB}-\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{GB}$

$\overrightarrow{FG}+\overrightarrow{AF}+\overrightarrow{BF}+\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{GB}$

$\overrightarrow{BF}+\overrightarrow{FG}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{AF}$

$\overrightarrow{BF}$

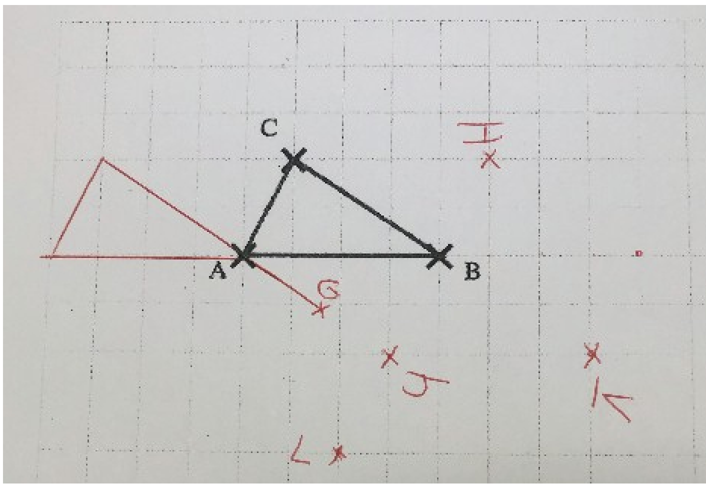
Exercice 4 : On considère un triangle ABC. Les constructions se feront sur la feuille annexe

1) a) Construire l'image du triangle ABC dans la translation de vecteur $-\overrightarrow{AB}$

b) Construire le point G tel que le vecteur $\overrightarrow{AG}$ soit de longueur 2 carreaux , de sens contraire et de même direction que le vecteur $\overrightarrow{BC}$

c) Construire les points I , J , K , L définis par :

$\overrightarrow{AI}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}$; $\overrightarrow{AJ}=\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}$; $\overrightarrow{AK}=2\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}$; $\overrightarrow{BL}=-2\overrightarrow{AC}$



2) a) A l'aide de la relation de Chasles, compléter : $\overrightarrow{JK} = \overrightarrow{JA}+\overrightarrow{AK}$

b) En déduire que $\overrightarrow{JK} = \overrightarrow{AB}$

$\overrightarrow{JK} = \overrightarrow{JA}+\overrightarrow{AK}$

$= -(\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}) + 2\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}$

$= -\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}+2\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}$

$= \overrightarrow{AB}$

c) En s'inspirant des questions précédentes, démontrer que $\overrightarrow{CI}=\overrightarrow{AB}$

$\overrightarrow{CI} = \overrightarrow{CA}+\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{CA}+\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC} = -\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB}$

d) En déduire que le quadrilatère CIKJ est un parallélogramme

On sait que $\overrightarrow{CI}=\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{JK}=\overrightarrow{AB}$ d'où $\overrightarrow{CI}=\overrightarrow{JK}$ donc CIKJ est un parallélogramme