

**DS seconde I**                      **Mathématiques**

**Le Vendredi 7 octobre 2022**    **2 heures**                      **Calculatrice autorisée**

**Exercice 1 ( 6 points ) :** Calculs numériques

1) Calculer les expressions suivantes en détaillant les calculs :

$$A = \frac{2}{\frac{1}{\frac{1}{4}+2}-1} \qquad \frac{1}{4}+2 = \frac{9}{4} \quad ; \quad \frac{2}{\frac{9}{4}} = 2 \times \frac{4}{9} = \frac{8}{9} \quad ; \quad \frac{8}{9}-1 = -\frac{1}{9}$$

$$\text{d'où } A = \frac{2}{-\frac{1}{9}} = 2 \times -\frac{9}{1} = -18$$

$$B = \frac{\left(1-\frac{3}{2}\right)^3}{5^3-101} \qquad 5^3-101 = 125-101 = 24 \quad ; \qquad 1-\frac{3}{2} = -\frac{1}{2} \quad \text{et} \quad \left(-\frac{1}{2}\right)^3 = -\frac{1}{8}$$

$$\text{d'où } B = \frac{-\frac{1}{8}}{24} = -\frac{1}{8} \times \frac{24}{3} = -1$$

2) On considère le nombre  $C = 2\sqrt{27}+5\sqrt{75}$ . Justifier que  $C = 31\sqrt{3}$

$$C = 2\sqrt{9 \times 3}+5\sqrt{25 \times 3} = 2 \times 3\sqrt{3}+5 \times 5\sqrt{3} = 6\sqrt{3}+25\sqrt{3} = 31\sqrt{3}$$

3) Simplifier l'écriture de D et donner son écriture scientifique :  $D = (5 \times 10^{-43} + 10^{-41}) \times 5 \times 10^{23}$

$$D = (0,05 \times 10^{-41} + 10^{-41}) \times 5 \times 10^{23} = 1,05 \times 10^{-41} \times 5 \times 10^{23} = 5,25 \times 10^{-18}$$

**Exercice 2 ( 1,5 points ) : Ensemble de nombres**

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Par question, une seule réponse est exacte. Entourer la bonne réponse . Aucune justification n'est demandée

1) Pour le nombre  $\frac{2}{3}$ :

$\frac{2}{3} = 0,66$       $\frac{2}{3} = 0,67$       $\frac{2}{3} = 0,666666667$      Les réponses précédentes sont fausses

2) L'écriture décimale de  $\frac{2}{3}$  a sa partie décimale qui est composée de :

10 chiffres     100 chiffres     1000 chiffres     Les réponses précédentes sont fausses

3) Pour le nombre  $\frac{2}{3}$ , on a :   $\frac{2}{3} \in \mathbb{N}$       $\frac{2}{3} \in \mathbb{Z}$       $\frac{2}{3} \in \mathbb{D}$       $\frac{2}{3} \in \mathbb{Q}$

**Exercice 3 ( 4 points ) :**

Compléter **sur le sujet** le tableau ci-contre

Nombre	Nature	On écrit
1	Entier naturel	$1 \in \mathbb{N}$
-5	Entier relatif	$-5 \in \mathbb{Z}$
-3,12	décimal	$-3,12 \in \mathbb{D}$
$\frac{1}{3}$	rationnel	$\frac{1}{3} \in \mathbb{Q}$
$\frac{4}{5}$	décimal	$\frac{4}{5} \in \mathbb{D}$
$\sqrt{2}$	irrationnel	$\sqrt{2} \in \mathbb{R}$
$\frac{(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1)}{2}$	décimal	$\frac{(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1)}{2} \in \mathbb{D}$
$\frac{3^6 \times 4^4 \times 15^2}{3^7 \times 2^3}$	entier naturel	$\frac{3^6 \times 4^4 \times 15^2}{3^7 \times 2^3} \in \mathbb{N}$

A noter que :  $\frac{(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1)}{2} = \frac{2-1}{2} = \frac{1}{2}$  et  $\frac{3^6 \times 4^4 \times 15^2}{3^7 \times 2^3} = \frac{3^6 \times 2^8 \times 3^2 \times 5^2}{3^7 \times 2^3} = 3^{6-7+2} \times 2^{8-3} \times 5^2 = 3 \times 2^5 \times 5^2$

**Exercice 4 ( 1 point ) :**

On considère un quotient  $\frac{a}{b}$  où a et b sont des entiers naturels .

- 1) **Donner** un quotient tel que  $\frac{a}{b} \notin \mathbb{D}$  et  $\frac{a}{b} \in \mathbb{Q}$       $\frac{3}{7}$
- 2) **Donner** un quotient tel que  $\frac{a}{b} \in \mathbb{D}$  et  $\frac{a}{b} \in \mathbb{Q}$       $\frac{4}{5}$

**Exercice 5 ( 2,5 points ) :**

On considère les trois nombres suivants :  $A = \frac{36359}{363519}$       $B = 0,1000195313$       $C = \frac{5121}{51200}$

- 1) A l'aide de la calculatrice, comparer les valeurs approchées de ces trois nombres .  
Quelle conjecture peut-on émettre ?

*On peut émettre comme conjecture qu'ils sont égaux*

- 2) a) Vérifier que  $363519 = 3^2 \times 13^2 \times 239$  puis justifier que A n'appartient pas à D  
 $3^2 \times 13^2 \times 239 = 9 \times 169 \times 239 = 363519$

*Comme 36359 n'est divisible ni par 3 , 13 ou 239, le dénominateur n'est pas sous la forme  $2^n \times 5^q$  donc  $A \notin \mathbb{D}$*

- b) Justifier que les nombres A et B sont distincts

*B est un décimal et A non donc ils ne sont pas égaux*

- 3) a) Donner le chiffre des unités du produit  $1000195313 \times 512$   
*on multiplie les chiffres des unités :  $3 \times 2$  donc la réponse est 6*
- b) Justifier que les nombres B et C sont distincts.

Supposons B et C égaux. On aurait alors  $0,1000195313 = \frac{5121}{51200}$  cad

$$0,1000195313 \times 51200 = 5121$$

$$1000195313 \times 10^{-10} \times 512 \times 10^2 = 5120$$

$$1000195313 \times 512 \times 10^{-8} = 5120$$

$$1000195313 \times 512 = \frac{5120}{10^{-8}} = 5120 \times 10^8$$

$$1000195313 \times 512 = 512000000000$$

or les chiffres des unités ne sont pas les mêmes donc c'est impossible d'où  $B \neq C$

### Exercice 6 ( 6 points ) :

1) Th de Pythagore facile

2) trigonométrie facile surtout qu'on a le

choix de la formule  $\widehat{ACB} \approx 37^\circ$

3) temps =  $\frac{\text{vitesse}}{\text{distance}}$  donc

$$\text{temps} = \frac{6,5}{0,2} = 32,5 \text{ secondes}$$

4) th de Thalès :  $\frac{AF}{AC} = \frac{AH}{AB} = \frac{FH}{BC}$

$$\frac{4}{6,5} = \frac{AH}{3,9} = \frac{FH}{5,2}$$

on isole  $\frac{4}{6,5} = \frac{AH}{3,9}$  et  $\frac{4}{6,5} = \frac{FH}{5,2}$

$$\text{d'où } AH = \frac{4 \times 3,9}{6,5} = 2,4$$

$$\text{et } FH = \frac{4 \times 5,2}{6,5} = 3,2$$

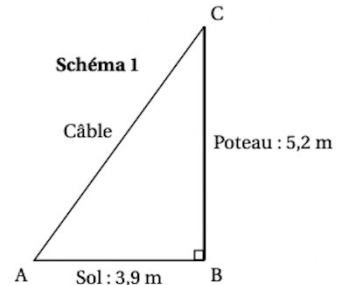
5) Selon CF : temps =  $\frac{6,5-4}{0,2} = 12,5 \text{ s}$

$$\text{Selon FH : temps} = \frac{3,2}{0,8} = 4 \text{ s}$$

$$\text{Selon AH : temps} = \frac{2,4}{0,2} = 12 \text{ s}$$

Au total un temps de 28,5 s donc plus rapide

Un poteau électrique vertical [BC] de 5,2 m de haut est retenu par un câble métallique [AC] comme montré sur le schéma 1 qui n'est pas en vraie grandeur.



1. Montrer que la longueur du câble [AC] est égale à 6,5 m.

2. Calculer la mesure de l'angle  $\widehat{ACB}$  au degré près.

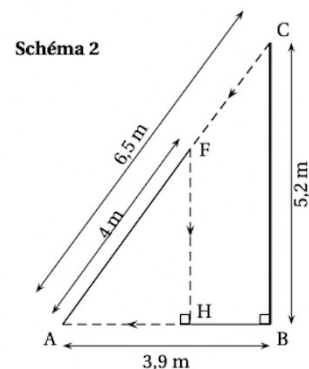
Deux araignées se trouvant au sommet du poteau (point C) décident de rejoindre le bas du câble (point A) par deux chemins différents.

3. La première araignée se déplace le long du câble [AC] à une vitesse de 0,2 m/s.

Vérifier qu'il lui faut 32,5 secondes pour atteindre le bas du câble.

4. La deuxième araignée décide de parcourir le chemin CFHA indiqué en pointillés sur le schéma 2 (qui n'est pas en vraie grandeur) : elle suit le morceau de câble [CF] en marchant, puis descend verticalement le long de [FH] grâce à son fil et enfin marche sur le sol le long de [HA].

Calculer les longueurs FH et HA.



5. La deuxième araignée marche à une vitesse de 0,2 m/s le long des segments [CF] et [HA] et descend le long du segment [FH] à une vitesse de 0,8 m/s.

Laquelle des deux araignées met le moins de temps à arriver en A?

### Exercice 7 ( 2 points ) :

a) Tracer un triangle ABC équilatéral de 6 cm de côté et placer un point M à l'intérieur de ce triangle

b) Construire les points  $H_1$ ,  $H_2$ ,  $H_3$  projetés orthogonaux de M sur les côtés du triangle

c) On admet que le triangle ABC a pour aire  $4,5\sqrt{3}$ .

Montrer que la somme  $MH_1 + MH_2 + MH_3$  est constante et calculer sa valeur

Aire (ABC) = aire(MAB) + aire(MAC) + aire(MBC)

$$4,5\sqrt{3} = \frac{MH_1 \times AB}{2} + \frac{MH_2 \times AC}{2} + \frac{MH_3 \times BC}{2} \text{ or } AB = AC = BC = 6 \text{ donc}$$

$$4,5\sqrt{3} = 3(MH_1 + MH_2 + MH_3) \text{ et } MH_1 + MH_2 + MH_3 = \frac{4,5\sqrt{3}}{3} = 1,5\sqrt{3}$$