DS seconde géométrie repérée

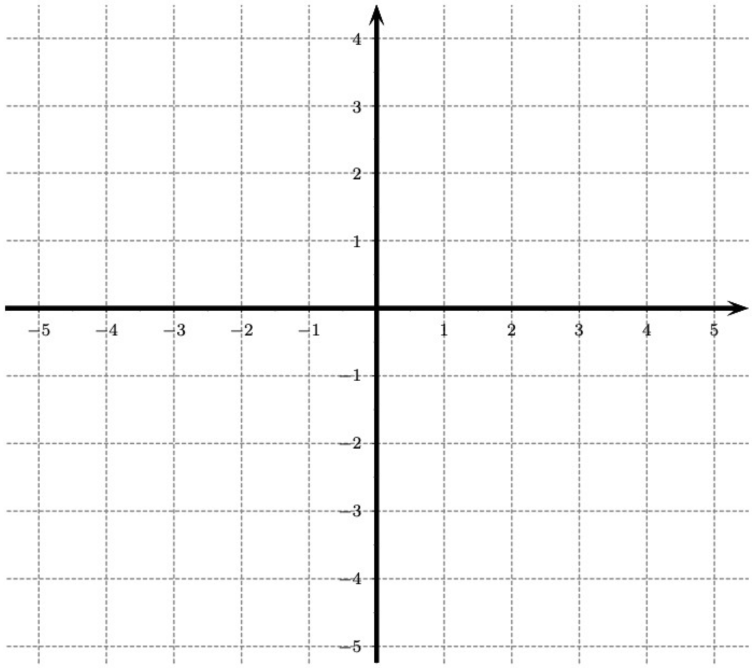
Jeudi 13 octobre

1 heure

Exercice 1 :

Soit (O , I , J) un repère orthonormée du plan. On considère les points

$A(-3; -1)$, $B(-2; 2)$, $C(3; -3)$



1. Faire une figure dans le repère ci-contre, qui sera complétée par la suite.
2. Calculer AB , AC et BC et en déduire que ABC est rectangle en A.

$AB^2 = (x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2$

$AB^2 = (-2-(-3))^2 + (2-(-1))^2$

$AB^2 = 1^2 + 3^2 = 10$

Donc $AB = \sqrt{10}$

De même , on prouve que $AC = \sqrt{40}$ et $BC = \sqrt{50}$

On constate que : $AB^2 + AC^2 = 10 + 40 = 50 = BC^2$. D'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle ABC est rectangle en A

3. Déterminer les coordonnées du point M , centre du cercle $\mathscr{C}$ circonscrit au triangle ABC.

M est le milieu de [BC] donc $M\left(\frac{x_B + x_C}{2}; \frac{y_B + y_C}{2}\right)$

$$M\left(\frac{-2+3}{2}; \frac{2+(-3)}{2}\right)$$

$$M\left(\frac{1}{2}; -\frac{1}{2}\right)$$

4. Calculer le rayon de ce cercle $\mathscr{C}$.

On calcule la distance MB

$$MB^2 = (x_B - x_M)^2 + (y_B - y_M)^2$$

$$= \left(-2 - \frac{1}{2}\right)^2 + \left(2 - \left(-\frac{1}{2}\right)\right)^2$$

$$= \left(-\frac{5}{2}\right)^2 + \left(\frac{5}{2}\right)^2$$

$$= 2 \times \frac{25}{4}$$

donc $MB = \frac{5}{2}\sqrt{2}$

5. Calculer l'aire du triangle ABC.

$$\text{Aire} = \frac{AB \times AC}{2} = \frac{\sqrt{10} \times \sqrt{40}}{2} = \frac{\sqrt{400}}{2} = \frac{20}{2} = 10$$

6. Soit H le pied de la hauteur issue de A dans le triangle ABC.

   En exprimant l'aire du triangle ABC de deux façons, calculer la longueur AH.

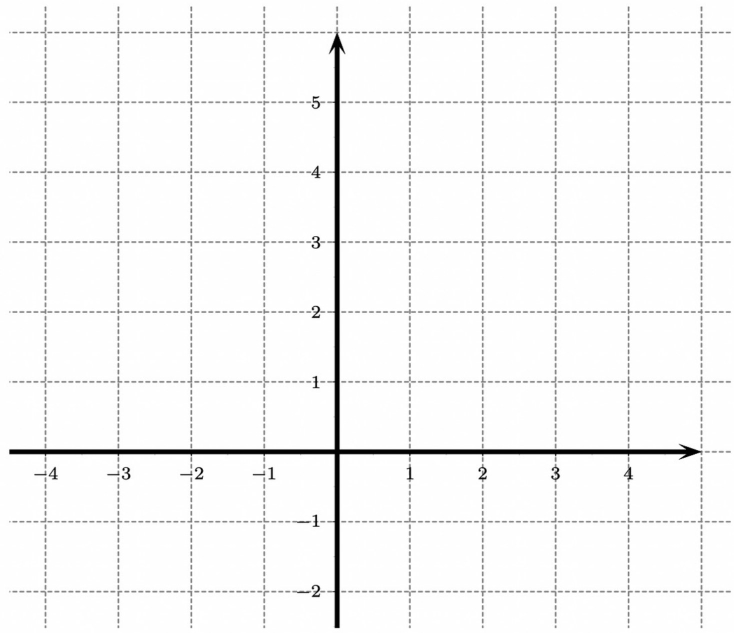
$$\text{Aire} = \frac{AH \times BC}{2} = 10 \text{ d'où } AH \times BC = 20 \text{ c'est à dire } AH \times \sqrt{50} = 20 \text{ d'où } AH = \frac{20}{\sqrt{50}} =$$

$$\frac{20 \times \sqrt{50}}{\sqrt{50} \times \sqrt{50}} = \frac{20 \times \sqrt{50}}{50} = \frac{2\sqrt{50}}{5} = \frac{2\sqrt{25 \times 2}}{5} = \frac{5 \times 2\sqrt{2}}{5} = 2\sqrt{2}$$

Exercice 2 :

Soit (O , I , J) un repère orthonormée du plan. On considère les points

A(4 ; 1) , B (2 ; 5) , C (−2 ; 3)



1) Déterminer les coordonnées du point D tel que ABCD soit un parallélogramme.

Les diagonales du parallélogramme doivent se couper en leur milieu. Soit M le milieu de [AC]. Avec la formule on trouve M(1;2) d'où comme M est aussi le milieu de [BD], on a :

$\dfrac{x_B + x_D}{2} = x_M$ et $\dfrac{y_B + y_D}{2} = y_M$ ce qui donne :

$\dfrac{2 + x_D}{2} = 1$ et $\dfrac{5 + y_D}{2} = 2$

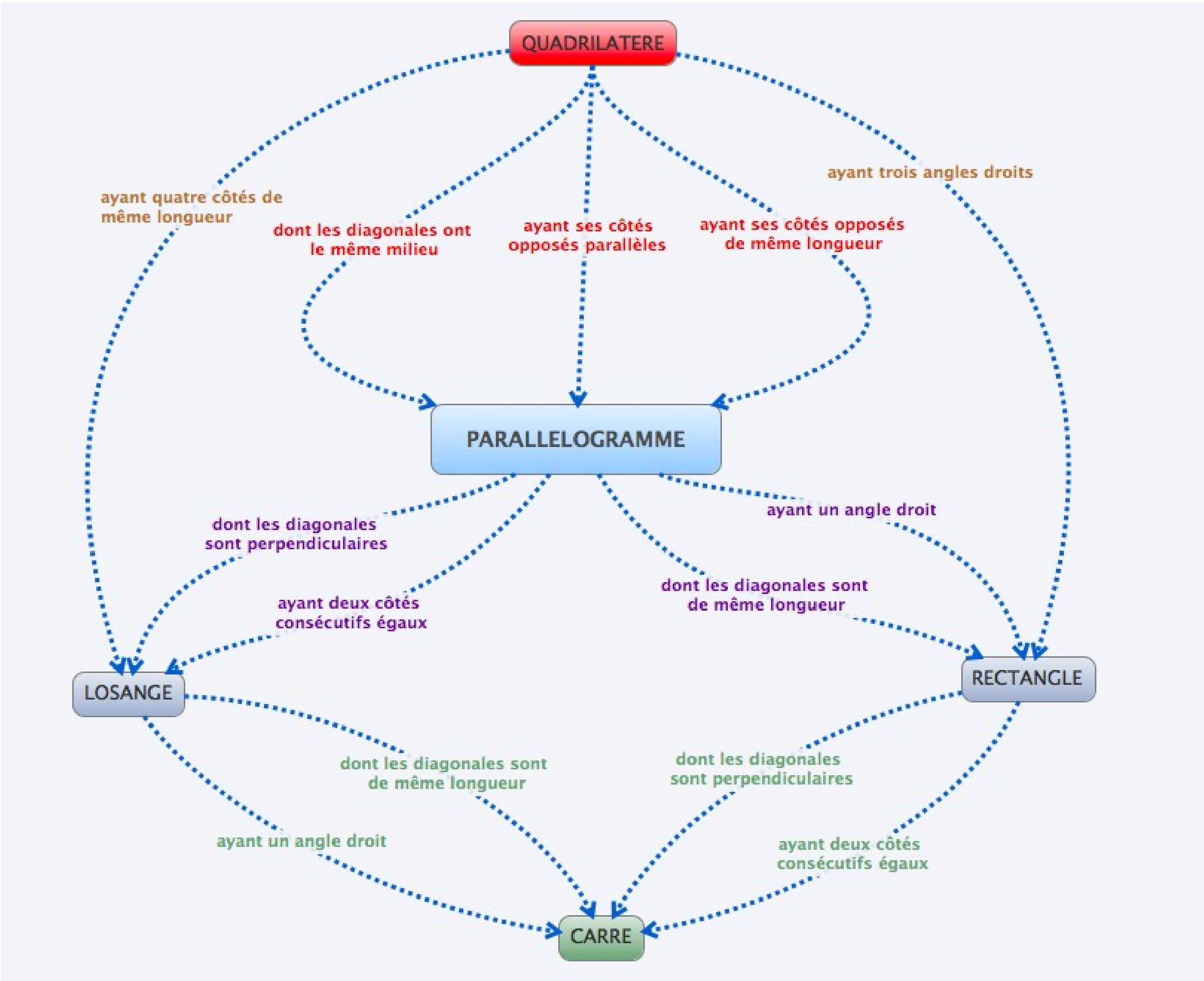
$2 + x_D = 2$ $\quad$ $5 + y_D = 4$

$x_D = 0$ $\quad$ $y_D = -1$

On considère pour la suite que les coordonnées du point D sont (0 ; −1)

2) Démontrer que le quadrilatère ABCD est un carré. (on pourra utiliser le dos du sujet)

Diverses méthodes sont acceptables ici


QUADRILATERE
ayant quatre côtés de même longueur
dont les diagonales ont le même milieu
ayant ses côtés opposés parallèles
ayant ses côtés opposés de même longueur
ayant trois angles droits
PARALLELOGRAMME
dont les diagonales sont perpendiculaires
ayant deux côtés consécutifs égaux
dont les diagonales sont de même longueur
ayant un angle droit
LOSANGE
RECTANGLE
dont les diagonales sont de même longueur
ayant un angle droit
dont les diagonales sont perpendiculaires
ayant deux côtés consécutifs égaux
CARRE