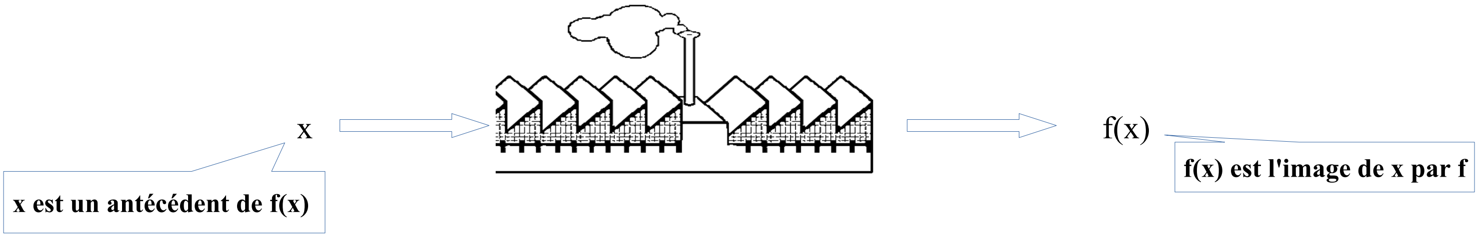
Chapitre 5 : Fonctions Généralités

I- Notion de fonction

Définir une fonction f sur un ensemble D, c'est donner un procédé de calcul qui à chaque nombre x de D associe un et un seul nombre noté f(x). On écrit : $f : D \to \mathbb{R}$

$x \longmapsto f(x)$

Vocabulaire **:** Le procédé de calcul peut être assimilé à une usine. On y entre un nombre et il en sort son image



L'**ensemble de définition** de la fonction est l'ensemble des valeurs que la variable x peut prendre

Cet ensemble est souvent un **intervalle** noté D ou D_f (intervalle [0;10,5] dans l'activité d'introduction)

Exemple **:** Soit f la fonction définie sur ℝ par $f(x) = 3x^2 - 1$

L'image de 4 par f est 47 car $f(4) = 3x4^2 - 1 = 48 - 1 = 47$

Les antécédents de 11 par f sont 2 et –2 car $f(2) = 3 \times 2^2 - 1 = 11$ et $f(-2) = 3 \times (-2)^2 - 1 = 11$

II Valeurs prises par une fonction

L'expression algébrique d'une fonction étant donnée, il est possible de construire un **tableau de valeurs de la fonction**.

Compléter, pour la fonction *f* définie par $f(x) = 3x - \frac{3}{10}x^2$ avec $x \in [0 ; 12]$, le tableau de valeurs suivants :

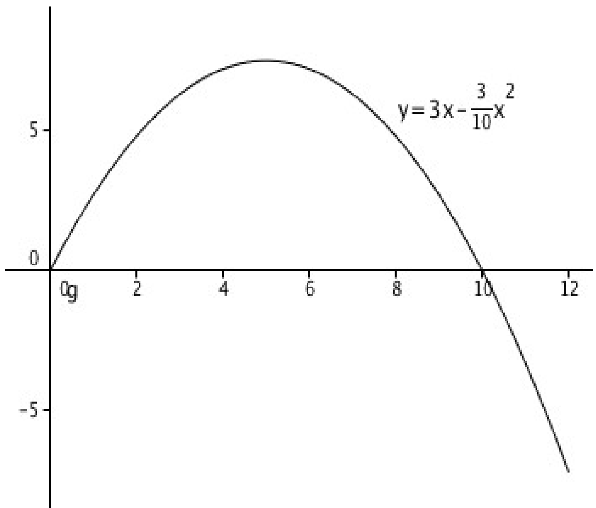
x	0	1	2	4	4,5	5	6	7,5	8	9	10
f(x)											

Les valeurs prises par $f(x)$ peuvent être données en valeurs exactes ou approchées, on donne souvent l'arrondi d'ordre 1

III. Courbe représentative d'une fonction

Un repère du plan étant choisi, le tableau de valeurs précédent permet de construire la courbe représentative de la fonction *f*:

$$f(x) = 3x - \frac{3}{10}x^2 \quad \textbf{avec } x \in [0 ; 12]$$



Cette **courbe** notée C_f est **l'ensemble des points** $M\,(x\,,f(x))$ tels que $x \in [0 ; 12]$.

Exemple: On a f(10) = 0 donc le point M (10 ; 0) est sur C_f

Vocabulaire : On dit que la courbe C_f a pour équation y = f(x) c'est à dire $y = 3x - \frac{3}{10}x^2$

IV- Parité

On considère une fonction f définie sur un intervalle I centré en 0 et on note C_f sa courbe représentative

Définition **On dit que f est :**

- **paire lorsque, pour tout x ∈ I , f(-x) = f(x)**
- **impaire lorsque, pour tout x ∈ I , f(-x) = -f(x)**

Conséquence graphique

- **f est paire si et seulement si C_f est symétrique par rapport à l'axe des ordonnées**
- **f est impaire si et seulement si C_f est symétrique par rapport à l'origine du repère**

Quelques exemples

- Soit f la fonction définie sur ℝ par $f(x) = x^3 - 3x$

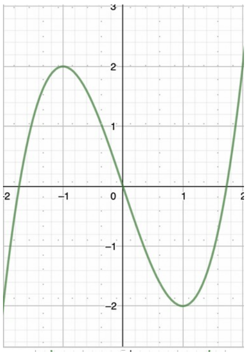
  ℝ est centré en 0 et on a $f(-x) = (-x)^3 - 3\times(-x)$

  $= -x^3 + 3x$

  $= -(x^3 - 3x)$

  $= -f(x)$

  f est donc impaire



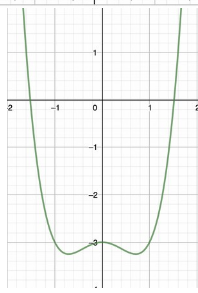
- Soit f la fonction définie sur ℝ par $f(x) = x^4 - x^2 - 3$

  ℝ est centré en 0 et on a $f(-x) = (-x)^4 - (-x)^2 - 3$

  $= x^4 - x^2 - 3$

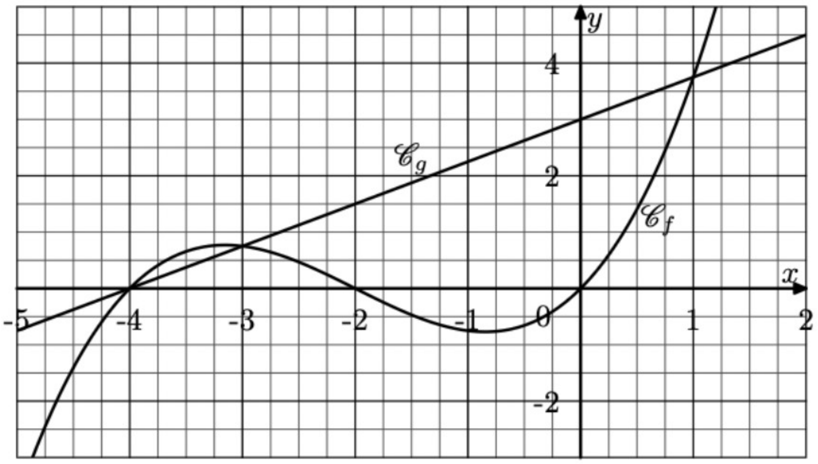
  $= f(x)$

  f est donc paire



V- Equations et inéquations

a) Méthode graphique



- Résoudre l'équation f(x) = 0,5

  La droite d'équation y = 0,5 a trois points d'intersection avec la courbe C_f donc l'équation a trois solutions . On lit donc les abscisses de ces points d'intersection . **S = { -3,7 ; -2,6 ; 0,2 }**
- Résoudre l'équation f(x) > g(x)

  On cherche les points de C_f situés au dessus de C_g .

  Leurs abscisses sont dans la réunion d'intervalle : **S =** $]-4;-3[\cup]1;+\infty[$

b) Méthode algébrique : Inéquation du premier degré

Résoudre une équation consiste à trouver la valeur de l'inconnue pour laquelle l'égalité est vérifiée .
4 est solution de l'équation $3x-12=0$ car $3\times 4-12=12-12=0$

Le principe pour une inéquation est le même :

Résoudre une inéquation c'est trouver les valeurs de **l'inconnue** afin d'obtenir une inégalité vérifiée.
4 est solution de l'inéquation $7x-3>0$ car $7\times 4-3=28-3=25>0$

Quelques règles simples à connaître :

Règle 1 On peut additionner (ou soustraire) un même nombre aux deux membres d'une inéquation **sans changer** l'ordre de l'inégalité

Règle 2 Multiplier (ou Diviser) par un même nombre **POSITIF** les deux membres d'une inéquation ne change pas l'ordre de l'inégalité

Règle 3 Multiplier (ou Diviser) par un même nombre **NEGATIF** les deux membres d'une inéquation change l'ordre de l'inégalité

Application 1 : Résolution d'une inéquation

Inéquation 1

Résoudre $12x-5 \geq 7x+6$

Règle 1 : $12x - 5 + \mathbf{5 - 7x} \geq 7x + 6 + \mathbf{5 - 7x}$

$5x \geq 11$

Règle 2 : $\frac{5x}{5} \geq \frac{11}{5}$

$x \geq \frac{11}{5}$

On conclut $S = \left[\frac{11}{5};+\infty\right[$

Inéquation 2

Résoudre $8(x-4) > 3(4x+5)$

$8x-32 > 12x+15$

Règle 1 : $8x-32+32-12x>12x+15+32-12x$

$-4x>47$

Règle 3 : $\frac{-4x}{-4}<\frac{47}{-4}$ changement d'ordre

$x<-\frac{47}{4}$

On conclut : $S = \left]-\infty;-\frac{47}{4}\right[$

Application 2 : Comparer deux nombres

Pour comparer deux nombres , on peut effectuer leur différence puis la comparer avec 0

Exemple : Soit A = 4x+1 et B = $7x-8$. Comparer A et B selon les valeurs de x

On calcule $A-B$

$$A-B = 4x+1-(7x-8)$$
$$A-B = 4x+1-7x+8$$
$$A-B = -3x+9$$

$$A>B \Leftrightarrow A-B>0 \quad \Leftrightarrow -3x+9>0 \quad \Leftrightarrow -3x>-9 \Leftrightarrow x<\frac{-9}{-3} = 3$$

On a donc : pour x ∈ $]-\infty;3[$, A > B

pour x ∈ $]-\infty;3[$, A < B

pour x = 3 , A = B