Chapitre 1 : Les ensembles $\mathbb{N}$ et $\mathbb{Z}$

I- Nombres entiers

a) Les ensembles $\mathbb{N}$ et $\mathbb{Z}$

Les entiers naturels
1. **Un entier naturel** est un entier supérieur ou égal à zéro c'est à dire **un entier positif ou nul** 2. L'ensemble des entiers naturels est noté $\mathbb{N}$ .On note $\mathbb{N} = \{ 0 \ ; 1 \ ; 2 \ ; 3 \ ;.... \}$

Exemple $3 \in \mathbb{N}$, $-5 \notin \mathbb{N}$, $\dfrac{12}{4} \in \mathbb{N}$, $\sqrt{16} \in \mathbb{N}$

A-t-on $\dfrac{0{,}147}{0{,}003} \in \mathbb{N}$? Pour le savoir il faut réduire l'écriture : $\dfrac{0{,}147}{0{,}003} = \dfrac{147}{3} = 49$

donc réponse oui : $\dfrac{0{,}147}{0{,}003} \in \mathbb{N}$

Les entiers relatifs
1. **Un entier relatif** est un entier **positif , négatif ou nul** 2. L'ensemble des entiers naturels est noté $\mathbb{Z}$ .On note $\mathbb{Z} = \{...; -3 \ ; -2 \ ; -1 \ ; 0; 1; 2 \ ; 3 \ ;.... \}$

Exemple $-1232 \in \mathbb{Z}$, $3 \in \mathbb{Z}$, $5-8 \in \mathbb{Z}$

A-t-on $-3{,}01\times 5 \in \mathbb{Z}$? $-3{,}01\times 5 = -15{,}05$ qui n'est pas un entier

donc réponse non $-3{,}01\times 5 \notin \mathbb{Z}$.

A noter que tous les entiers naturels sont des entiers relatifs . On note $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z}$ ce qui se lit $\mathbb{N}$ est inclus dans $\mathbb{Z}$

b) Multiples et diviseurs

Définition Soit a et b deux entiers . S'il existe un entier k tels que $a = k\times b$ on dit que : • a est **un multiple** de b ou que **a est divisible par b** • b est **un diviseur** de a ou que **b divise a**

Exemple 147 est un multiple de 3 car $147 = 3\times 49$

5 est un diviseur de 215 car $215 = 43\times 5$

c) Le cas des nombres pairs et impairs

Propriété Soit $n \in \mathbb{Z}$. • n est **pair** si et seulement s'il existe un entier p tel que $n = 2p$ • n est **impair** si et seulement s'il il existe un entier p tel que $n = 2p+1$

Cette propriété est très pratique dans les démonstrations .

Par exemple, on veut démontrer que : **si n est impair alors n^2 est impair**

On part de n impair donc on peut dire qu'il existe un entier p tel que n = 2p+1.

On a alors : $n^2 = (2p+1)^2$

$$n^2 = (2p)^2+2\times 2p\times 1+1$$

$$n^2 = 4p^2+4p+1$$

$$n^2 = 2(2p^2+2p)+1$$

Si on écrit k l'entier $2p^2+2p$ on a donc : $n^2 = 2\times k+1$ et donc **n^2 est impair**

II- <u>Les nombres premiers</u>

Définition Soit $p \in \mathbb{N}$.
p est un nombre premier si et seulement s'il possède exactement deux diviseurs distincts : 1 et lui-même

<u>Exemple</u> il est nécessaire de connaître les quinze premiers nombres premiers dont voici la liste :

....

Un outil pratique : la décomposition en facteurs premiers

Propriété Tout nombre entier peut se décomposer en produit de nombres premiers

Une propriété qui permet de simplifier, par exemple, des fractions :

4312	2
2156	2
1078	2
539	7
77	7
11	11
1	

1008	2
504	2
252	2
126	2
63	3
21	3
7	7
1	

$4312 = 2^3\times 7^2\times 11$ $1008 = 2^4\times 3^2\times 7$ On a alors : $\dfrac{4312}{1008} = \dfrac{2^3\times 7^2\times 11}{2^4\times 3^2\times 7} = \dfrac{7\times 11}{2\times 3^2}$ = 77/18

Les questions flash : les fractions

- $\dfrac{1}{5} = 0{,}2$ $\dfrac{3}{4} = 0{,}75$ $\dfrac{1}{3} \approx 0{,}\bar{3}$ $\dfrac{16}{3} \approx 5{,}\bar{3}$ $\dfrac{47{,}5}{1000} = 0{,}0475$
- Encadrer par deux entiers : $7 < \sqrt{56} < 8$; $32 < \dfrac{65}{2} < 33$
- Ecriture fractionnaire : $3{,}25 = \dfrac{325}{100} = \dfrac{65}{20} = \dfrac{13}{4}$ $\dfrac{0{,}1}{3} = \dfrac{1}{30}$
- Autre écriture fractionnaire : $-\dfrac{12}{50} = -\dfrac{24}{100}$ $\dfrac{7}{25} = \dfrac{14}{50}$ $20\% = \dfrac{20}{100} = \dfrac{2}{10} = \dfrac{1}{5}$
- parité : $48-7\times 5$ est impair (= 13) , $\dfrac{1{,}2}{0{,}2}$ est pair (= 6)