

Khôlle 5 G1	Nom	Mercredi 15 octobre	Note: / 20

Cours

- On considère l'équation homogène $(E_h): y' + a(t)y = 0$.
On note A une primitive de a sur I , alors l'ensemble des solutions de (E_h) est :

$$S_{E_h} = \{t \mapsto Ce^{-A(t)}, C \in \mathbb{K}\} \quad + \text{ DEMO}$$

Exercices

Ex1 Résoudre l'équation différentielle $(1+x^2)y' + 4xy = x(1+x^2)$

Ex2

a) Calculer $I_{m,n} = \int_0^{2\pi} \cos(mx) \cos(nx) dx$

On distinguera trois cas : 1) $m = n = 0$ 2) $m = n \neq 0$ 3) $m \neq n$

b) Calculer $\int_0^1 \arctan t dt$

c) Déterminer $\int \frac{1}{t\sqrt{t^2-1}} dt$

Khôlle 5 G1	Nom	Mercredi 15 octobre	Note: / 20

Cours

- On considère l'équation différentielle $(E): y' + a(t)y = b(t)$ et y_p une solution particulière de (E) . On note A une primitive de a sur I , alors l'ensemble des solutions de (E) est :

$$S_E = \{t \mapsto y_p(t) + Ce^{-A(t)}, C \in \mathbb{K}\} \quad + \text{ DEMO}$$

Exercices

Ex1

Résoudre l'équation différentielle $|x|y' + (x-1)y - x^2 = 0$

Ex2 Calculer les intégrales suivantes

$$\int_1^2 \ln t dt \quad ; \quad \int_0^{\frac{\pi}{4}} \ln(1 + \tan x) dx \quad ; \quad \int_1^c t^n \ln t dt \quad ; \quad \int_0^{\frac{\pi}{2}} t^2 \sqrt{1-t^2} dt$$

Khôlle 5 G1	Nom	Mercredi 15 octobre	Note: / 20

Cours

- Changement de variable +**DEMO**

Soit f une fonction continue sur un intervalle I et φ une fonction de classe \mathcal{C}^1 sur $[a; b]$ à valeurs dans I . Alors :

$$\int_a^b f(\varphi(x)) \times \varphi'(x) dx = \int_{\varphi(a)}^{\varphi(b)} f(t) dt$$

Ex1

On cherche à résoudre l'équation différentielle (E) : $x^2 y'' - 3xy' + 4y = 0$

1) Cette équation est-elle linéaire ? Qu'est-ce qui change par rapport au cours ?

2) Soit y une solution de (E) sur \mathbb{R} . Pour tout $t \in \mathbb{R}$, on pose $z(t) = y(e^t)$

a) Calculer pour tout $t \in \mathbb{R}$, $z'(t)$ et $z''(t)$

b) En déduire que z vérifie une équation différentielle (E') linéaire d'ordre 2 à coefficients constants que l'on précisera

(on pourra poser $x = e^t$ dans (E))

c) Résoudre (E')

d) En déduire les solutions de (E)

3) Vérifier réciproquement que les solutions trouvées conviennent

Ex2 Calculer les intégrales suivantes

$$\int_0^1 \frac{1}{1+t^2} dt \quad ; \quad \int_0^1 \sqrt{1-x^2} dx \quad ; \quad \int_0^1 \ln(1+t^2) dt \quad ; \quad \int \frac{1}{\sqrt{t} + \sqrt{t^3}} dt$$

Ex2 Résoudre l'équation différentielle $(1+x^2)y' + 4xy = x(1+x^2)$