

Khôlle 4	Nom	Mercredi 8 octobre	Note: / 20
Avis :			

Cours

- Proposition + Démo**

Soit $f: E \rightarrow F$ et $g: F \rightarrow G$ deux applications. Si f et g sont bijectives alors $g \circ f$ est bijective et sa bijection réciproque est $(g \circ f)^{-1} = f^{-1} \circ g^{-1}$

Exercices

Ex1 Soit R la relation définie dans $\mathbb{R}$ par : $\forall (x, y) \in \mathbb{R}^2, x R y \Leftrightarrow x e^y = y e^x$
Montrer que R est une relation d'équivalence sur $\mathbb{R}$.

Ex2 Soit E un ensemble. Soit $f: E \rightarrow E$ telle que $f \circ f \circ f = f$.
Montrer que f est injective si et seulement si f est surjective

Ex3 Soit $f(x) = \frac{1}{x^2 - 7x + 10}$

a) Montrer que $f(x) = \frac{1}{3} \left(-\frac{1}{x-2} + \frac{1}{x-5} \right)$

b) En déduire une primitive de f sur $[6;7]$

Khôlle 4	Nom	Mercredi 8 octobre	Note: / 20
Avis :			

Cours

1. Soit R une relation binaire sur un ensemble E . Compléter :

- R est réflexive si
- R est antisymétrique si

2. Démontrer que la composée de deux applications injectives est injective

Exercices

Ex1 Soit $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ définie par $f(x) = \frac{2x}{1+x^2}$

1) f est-elle injective ? Surjective ? (on pourra dresser le tableau de variations de f)

2) Donner l'image de $\mathbb{R}$ par f

3) Montrer que la restriction $g: [-1;1] \rightarrow [-1;1]$ définie par $g(x) = f(x)$ est une bijection

Ex2 On définit une relation binaire R sur $\mathbb{R}^{++}$ par: $x R y \Leftrightarrow \exists n \in \mathbb{N}, y = x^n$
Montrer que R est une relation d'ordre. Cet ordre est-il total ?

Ex3 Soit $f(x) = \frac{1}{x^2 - 7x + 10}$

a) Montrer que $f(x) = \frac{1}{3} \left(-\frac{1}{x-2} + \frac{1}{x-5} \right)$

b) En déduire une primitive de f sur $[6;7]$

Khôlle 4	Nom Mercredi 8 octobre	Note: / 20
<u>Avis</u>		

Cours

1. Soit R une relation binaire sur un ensemble E. Compléter :
 - R est symétrique si
 - R est transitive si
2. Démontrer que la composée de deux fonctions surjectives est surjectives

Exercices

Ex1 On considère quatre ensembles A , B , C , D et des applications

$$f : A \rightarrow B, \quad g : B \rightarrow C, \quad h : C \rightarrow D$$

a) Montrer que :

$$g \circ f \text{ injective} \Rightarrow f \text{ injective}$$

$$g \circ f \text{ surjective} \Rightarrow g \text{ surjective}$$

b) Montrer que : $g \circ f$ et $h \circ g$ sont bijectives $\Leftrightarrow f, g, h$ sont bijectives

Ex2 Soit $E = \mathbb{R}^2$ et on définit une relation R par :

$$(x,y) R (x',y') \Leftrightarrow x^2 + y^2 = x'^2 + y'^2$$

1. Montrer que R est une relation d'équivalence.
2. Décrire les classes d'équivalence

Ex3 Soit $f(x) = \frac{1}{x^2 - 7x + 10}$

a) Montrer que $f(x) = \frac{1}{3} \left(-\frac{1}{x-2} + \frac{1}{x-5} \right)$

b) En déduire une primitive de f sur [6;7]