

|          |     |                  |            |
|----------|-----|------------------|------------|
| Khôlle 2 | Nom | Mercredi 24 sept | Note: / 20 |
|          |     |                  |            |

### Cours

Rappeler les formules d'addition du sinus , cosinus et de la tangente  
Démontrer la formule de la tangente

### Exercices

**Ex1** Calculer, pour tout  $n \in \mathbb{N}^*$ , la somme double  $S_n = \sum_{1 \leq i \leq j \leq n} \frac{i}{j}$

**Ex2** Résoudre le système 
$$\begin{cases} 2 \cos(x) - \sin(x) = 1 + \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \cos(x) + 2 \sin(x) = \frac{1}{2} - \sqrt{3} \end{cases}$$

**Ex3** Pour tout entier naturel  $n$  non nul, soit  $u_n = \sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{2 + \dots + \sqrt{2}}}}$

Démontrer par récurrence que

Pour tout entier naturel  $n$  non nul,  $u_n = 2 \cos\left(\frac{\pi}{2^{n+1}}\right)$

On utilisera pour l'hérédité une formule de duplication

**Ex4**

Pour quelles valeurs de  $a$  le système 
$$\begin{cases} x + y - z = 1 \\ x + 2y + az = 2 \\ 2x + ay + 2z = 3 \end{cases}$$

a-t-il aucune solution ? Une infinité de solution ? Une unique solution ?

|          |     |                  |            |
|----------|-----|------------------|------------|
| Khôlle 2 | Nom | Mercredi 24 sept | Note: / 20 |
|          |     |                  |            |

### Cours

Méthode de transformation de  $a \cos(x) + b \sin(x)$

### Exercices

**Ex1** Calculer  $S_n = \sum_{i=n}^{2n} (i+1+n)$

**Ex2** a) Démontrer que  $\sin^4(x) = \frac{1}{8}(3 - 4 \cos(2x) + \cos(4x))$

b) En déduire la valeur de  $A = \sin^4\left(\frac{\pi}{8}\right) + \sin^4\left(\frac{3\pi}{8}\right) + \sin^4\left(\frac{5\pi}{8}\right) + \sin^4\left(\frac{7\pi}{8}\right)$

**Ex3** Résoudre l'équation  $\cos^{2012}(x) + \sin^{2013}(x) + \cos^{2014}(x) + \sin^{2015}(x) = -3$

**Ex4**

Pour quelles valeurs de  $a$  le système 
$$\begin{cases} x + y - z = 1 \\ x + 2y + az = 2 \\ 2x + ay + 2z = 3 \end{cases}$$

a-t-il aucune solution ? Une infinité de solution ? Une unique solution ?

|          |     |                  |              |
|----------|-----|------------------|--------------|
| Khôlle 2 | Nom | Mercredi 24 sept | Note: 5 / 20 |
|----------|-----|------------------|--------------|

|  |  |  |
|--|--|--|
|  |  |  |
|  |  |  |

## Cours

Méthodes différentes de résolutions d'un système 2x2

## Exercices

**Ex1** Soit a et b deux réels. On définit  $\min(a, b) = \begin{cases} b & \text{si } a \geq b \\ a & \text{si } b \geq a \end{cases}$

Calculer, pour tout  $n \in \mathbb{N}^*$ , la somme  $\sum_{1 \leq i, j \leq n} \min(i, j)$

**Ex2** Soit  $\theta \in [0; \pi]$ . On pose pour  $n \in \mathbb{N}^*$ ,  $P_n = \prod_{k=1}^n \cos\left(\frac{\theta}{2^k}\right)$

En utilisant la formule de duplication du sinus, calculer  $P_n$

**Ex3** a) On donne  $\cos\left(\frac{\pi}{12}\right) = \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$ . Calculer  $\sin\left(\frac{\pi}{12}\right)$

b) Résoudre l'équation  $(\sqrt{6}+\sqrt{2})\cos(x) + (\sqrt{6}-\sqrt{2})\sin(x) = 2$

**Ex4**

Pour quelles valeurs de a le système  $\begin{cases} x+y-z=1 \\ x+2y+az=2 \\ 2x+ay+2z=3 \end{cases}$

a-t-il aucune solution ? Une infinité de solution ? Une unique solution ?