

SUJET 1

Cours

On donne $S_n = \sum_{k=0}^n k^2$. Donner l'expression de S_n en fonction de n puis démontrer ce résultat

Exercices

Ex1 Calculer $S = \sum_{k=1}^n (7^k + 4k - n + 2)$

Ex2 Calculer $\prod_{k=1}^{n+1} \frac{2k+1}{2k-1}$

Ex3 Soit $n \in \mathbb{N}^*$. On pose pour tout $p \in \mathbb{N}^*$, $S_p = \sum_{k=1}^n k^p$

- a) Exprimer la somme $A = \sum_{k=1}^n (k+1)^4$ en fonction de S_1 , S_2 , S_3 et S_4
- b) A l'aide d'un changement d'indice, exprimer A en fonction de S_4 et de n uniquement
- c) En déduire le calcul de la somme S_3

Ex4 Calculer, pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, la somme double $S_n = \sum_{1 \leq i \leq j \leq n} \frac{i}{j}$

SUJET 2

Cours

On donne $S_n = \sum_{k=0}^n k^3$. Donner l'expression de S_n en fonction de n puis démontrer ce résultat

Exercices

Ex1 Calculer $S_n = \sum_{i=n}^{2n} (i+1+n)$

Ex2 Simplifier $S = \sum_{k=1}^{2n} (-1)^k k$ et $P = \prod_{k=1}^n e^k$

Ex3 On cherche à calculer $S_n(x) = \sum_{k=1}^n kx^k$

- a) Soit $f_n(x) = \sum_{k=1}^n x^k$. Donner l'expression de $f_n(x)$ puis de $f'_n(x)$
- b) Calculer $x \times f'_n(x)$ et en déduire l'expression de $S_n(x)$ en fonction de x
- c) En déduire la valeur de $\sum_{k=1}^n k 2^k$

Ex4 Calculer $S = \sum_{k=1}^{100} |50 - k|$

SUJET 3

Cours Démontrer l'égalité du triangle de Pascal

Exercice

Ex1 Calculer $S = \sum_{k=1}^{100} |50 - k|$

Ex2 Calculer, pour tout entier n , la somme $S_n = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} 2^k$ (on pourra penser au binome de newton)

Ex3 a) Montrer que $\prod_{k=1}^n (n+k) = \frac{1}{4n+2} \prod_{p=1}^{n+1} (n+1+p)$

b) pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, montrer alors, par récurrence, que

$$\prod_{k=1}^n 4k - 2 = \prod_{k=1}^n (n+k)$$

Ex4 a) Soit a et b deux réels. On définit

$$\min(a, b) = \begin{cases} b & \text{si } a \geq b \\ a & \text{si } b \geq a \end{cases} \quad \text{et} \quad \max(a, b) = \begin{cases} b & \text{si } a \leq b \\ a & \text{si } b \leq a \end{cases}$$

Calculer, pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, la somme $\sum_{1 \leq i, j \leq n} \min(i, j)$

b) Vérifier la formule pour $n = 2$