<u>Devoir Surveillé 1 C</u>
<u>Mardi 10 septembre</u>
<u>2 heure</u>
<u>Calculatrice autorisée</u>

Exercice 1 : On donne en annexe sur l'intervalle [-3;4] la représentation graphique d'un polynôme f du second degré.

1) *A l'aide de cette représentation graphique, répondre aux questions suivantes :*

a) Déterminer l'image de 2 et de 0 par la fonction f

L'image de 2 est 0 et celle de 0 est -2

b) Quels sont les antécédents (s'ils existent) par f de 4 ? de -3 ?

4 admet deux antécédents par f : -2 et 3

-3 n'admet pas d'antécédent par f

c) Quel est le minimum de cette fonction ? En quelles(s) valeur(s) est-il atteint ?

Le minimum de f semble être atteint en x=0,5 et vaut -2,3

d) Résoudre graphiquement l'équation f(x) = - 2

les solutions de cette équation sont les abscisses des points d'intersection de Cf avec la droite d'équation y = -2.

S = { 0 ; 1 }

e) Résoudre graphiquement l'inéquation f(x) > 4

Les solutions de cette inéquation sont les abscisses des points de Cf situées au dessus de la droite d'équation y = 4

S = [-3 ;-2[∪]3;4]

f) Dresser le tableau de variation de la fonction f

x	-3		$0,5$		4
$f(x)$	10	↘	$-2,3$	↗	10

g) Dresser le tableau de signe de cette fonction

x	-3		-1		2		4
signe de $f(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

2) a) Représenter sur le même graphique la représentation de la fonction g définie sur [-3;4] par g(x) = - x + 2 .

b) Résoudre graphiquement l'équation f(x)=g(x)

Les solution de cette équation sont les abscisses des points d'intersection de Cf et Cg S = { -2 ; 2 }

c) Résoudre graphiquement l'inéquation f(x) ≤ g(x)

Les solution de cette inéquation sont les abscisses des points de Cf situées en dessous de Cg S = [-2;2]

3) a) f étant un polynôme du second degré, on a f(x) = ax^2+bx+c où a , b et c sont des réels .
Déterminer les valeurs de a , b et c .

$f(0)=-2$ donc c = -2

$f(-1)=0$ donne $a-b-2=0$ d'où a = b + 2

$f(2)=0$ donne $4a+2b-2=0$ d'où $4(b+2)+2b-2=0$ b = -1 et a = b+2 = 1

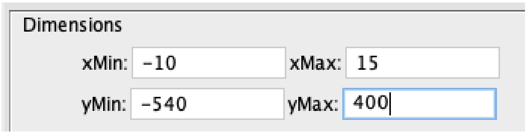
f(x) = x^2-x-2

b) Déterminer alors la forme canonique de la fonction f trouvée à la question précédente

$f(x)=\left(x-\frac{1}{2}\right)^2-\frac{1}{4}-2$ = $\left(x-\frac{1}{2}\right)^2-\frac{9}{4}$

<u>Exercice 2 :</u> Soit f la fonction définie par f(x) = $\frac{x^4}{4}-x^3-12x^2-28x+3$

Proposer une fenêtre graphique sur votre calculatrice permettant de visualiser correctement cette fonction. On complétera pour cela l'annexe



<u>Exercice 3 :</u> Résoudre les équations et inéquations suivantes :

a) $7(6x-1)=(5x+2)$

$42x-7=5x+2$

$37x=9$

$x=\frac{9}{37}$

b) $3(4x+2)-7(x-1)=4(3-2x)$

$12x+6-7x+7=12-8x$

$13x=-1$

$x=\frac{-1}{13}$

c) $(4x-7)(3-2x)\geq 0$

On fait un tab de signe

S = $\left[\frac{3}{2};\frac{7}{4}\right]$

d) $(2x-5)(5x-2)+(2x-5)(7-3x)<0$

$(2x-5)(5x-2+7-3x)<0$

$(2x-5)(2x+5)<0$

Un tab de signe donne S = $\left]\frac{-5}{2};\frac{5}{2}\right[$

<u>Exercice 4 :</u>

<u>Partie A</u>

1) Quelle est la valeur affichée à l'exécution du programme python ci-contre si on donne à x la valeur 1 ?

on trouve 2^{10} = 1024

2) Henri souhaite obtenir à l'affichage le nombre 25 600 .
Quelle valeur faut-il donner à x pour y parvenir ?

On veut $x\times 1024=25600$. On a donc x = $\frac{25600}{1024}=25$

```
x = int(input( ))
for i in range(10) :
    x = x * 2
print x
```

Partie B

Durant tout le week end, un site marchand propose une promotion pour toute commande d'un montant minimum de 20 €. Si le montant de la commande est :

- strictement inférieure à 100 €, une remise de 10 € est offerte
- entre 100 € compris et 200 € non compris une remise de 25 € est offerte
- supérieure ou égal à 200 € , une remise de 20 % est offerte

1) Calculer le prix à payer pour une commande d'un montant de 130 € , de 80 € , de 300 €
   Pour 130 € on paie 130-25=105 €
   Pour 80 € on paie 80-10=70€
   Pour 300 € on paie , $300-\frac{300\times20}{100} = 300-60 = 240$ €
2) On a commencé un algorithme qui automatise le prix à payer pour une commande dont on saisit le montant M ≥ 20
   a) Recopier et compléter cet algorithme pour qu'il fonctionne correctement

Entrer le montant M ≥ 20 de la commande
Si M < 100 Alors
    Afficher « le prix de la commande est de M-10 € »
Sinon
Si M<200 alors
    Afficher « le prix de la commande est de M-25 € »
Sinon
    Afficher « le prix de la commande est de M-20M/100 € »

   b) Proposer une écriture de cet algorithme en langage Python

```
M=int(input())
if M < 100 :
    print("le prix de la commande est de M-10 € ")
elif :
    print("le prix de la commande est de M-25 € ")
else :
    print("le prix de la commande est de M-20M/100 € ")
```

Exercice 5 :

Soit f la fonction définie par $f(x)=(x-4)^2-9$

1) Développer et réduire f(x)
   $f(x)=x^2-8x+7$
2) Factoriser f(x)
   $f(x)=(x-4-3)(x-4+3) = (x-7)(x-1)$

Pour les questions suivantes, utiliser parmi les trois formes de f(x) celles qui est la plus adaptée pour répondre à la question :

3) Calculer l'image de -2 par f
   $f(-2)=(-2-4)^2-9=27$
4) Déterminer les abscisses des points d'intersection de la courbe C_f avec l'axe des abscisses
   Il faut résoudre f(x)=0 donc forme factorisée : $(x-7)(x-1)=0$ donne $x=7$ ou $x=1$

5) Résoudre l'équation $f(x)=7$

Forme développée : $x^2-8x+7=7$ donne $x^2-8x=0$ $\quad x(x-8)=0$ $\quad x=0$ ou $x=8$

6) Le point $A(4;0)$ appartient-il à C_f ?

forme canonique : $f(4)=(4-4)-9=-9\neq 0$ donc $A \notin Cf$

7) Montrer que pour tout réel x, $f(x)\geq -9$.

forme canonique : $f(x)\geq -9$

$$(x-4)^2-9\geq -9$$

$$(x-4)^2\geq 0$$

Or un carré est positif pour tout réel x cette inéquation est vérifiée pour tout x