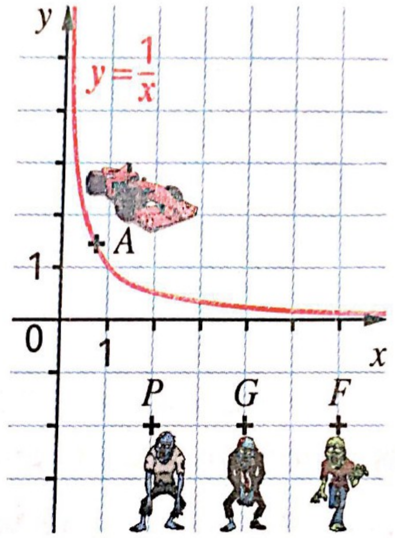
Exercice 1 : Fait en classe

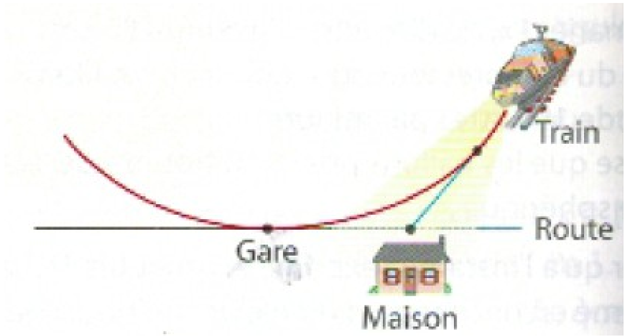


Dans un jeu vidéo, le super héros Déclia suit la trajectoire modélisée par la courbe d'équation $y=\frac{1}{x}$. Pendant sa progression, il lance des projectiles en direction de zombies selon la tangente à sa trajectoire.

Question : En quels points de sa trajectoire Déclia doit-il tirer pour atteindre successivement ses trois ennemis ?

Exercice 2 :

Un train roule sur une voie représentée ci-contre par un arc de parabole d'équation y = x^2.



Une route est matérialisée par l'axe des abscisses.

Une gare est située au point de contact entre la voie et la route et une maison est située au bord de la route à 1 km de la gare. Quand le train est en approche de la gare, ses phares éclairent directement la maison.

A quelle distance de la maison se trouve-t-il alors ?

Soit f la fonction définie par f(x) = x^2 on a donc $f'(x)=2x$

Si on choisit un repère orthonormal d'origine la gare de 1 km pour unité avec pour axe des abscisse la route, l'équation d'une tangente à la courbe est alors : $y=f'(a)(x-a)+f(a)$

$$y=2a(x-a)+a^2$$

Quand le train éclaire la maison , la tangente passe donc par le point de coordonnées M $(1;0)$ ce qui donne

$y_M=2a(x_M-a)+a^2$ cad $0=2a(1-a)+a^2$

$$0=a(2(1-a)+a)$$

$$0=a(2-a)$$

a = 0 ou a = 2

La tangente en a = 0 est la route donc celle qui nous intéresse est la tangente en a = 2

Le train est donc au point $T(2;f(2))$ cad $T(2;4)$

La distance à la maison est donc $TM=\sqrt{(x_M-x_T)^2+(y_M-y_T)^2}$

$$TM=\sqrt{(1-2)^2+(0-4)^2}$$

$$TM=\sqrt{17}$$

<u>Exercice 3 :</u>

1) On considère la fonction f définie sur ℝ par $f(x)=\frac{1}{4}x^2+2$.

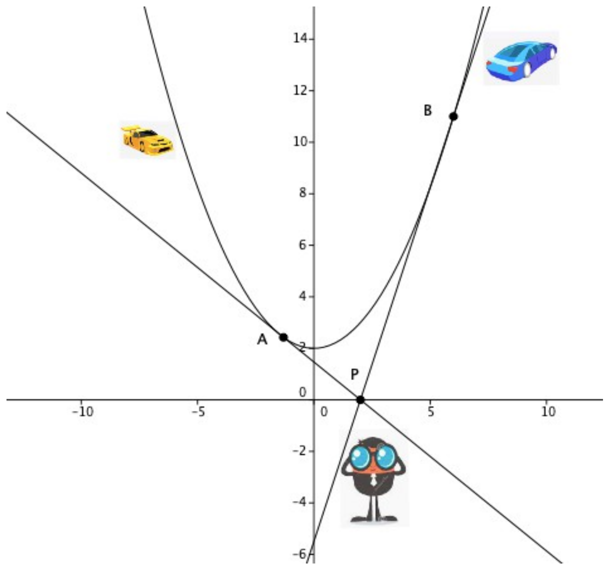
Soit a un réel. En utilisant la définition du nombre dérivé, montrer par le calcul que $f'(a)=\frac{a}{2}$

$$T(h)=\frac{f(a+h)-f(a)}{h} = \frac{\frac{1}{4}(a+h)^2+2-\frac{1}{4}a^2-2}{h} = \frac{\frac{ah}{2}+\frac{h^2}{4}}{h} = \frac{h\left(\frac{a}{2}+\frac{h}{4}\right)}{h} = \frac{a}{2}+\frac{h}{4}$$

$\lim\limits_{h\to 0} T(h)=\frac{a}{2}$. Comme cette limite existe pour tout réel a, f est dérivable en a et on a $f'(a)=\frac{a}{2}$

2) La figure ci-contre est une partie d'un plan qui représente un circuit automobile
Un observateur placé en P n'aperçoit dans son champ de vision que le « virage AB ». Sur ce plan, dans le repère orthonormé indiqué (unité graphique 25 m), l'arc symbolisant le virage a pour équation $y=\frac{1}{4}x^2+2$ et P a pour coordonnées (2 ; 0)

Votre objectif est de déterminer à quelle distance l'observateur aperçoit la voiture à l'entrée du virage et la perd-il de vue à la sortie du virage? (c'est à dire les distances AP et PB)



(AP) et (BP) représente des tangentes à la courbe.
L'équation de ces tangentes est :

$y=f'(a)(x-a)+f(a)$

$y=\frac{a}{2}(x-a)+\frac{1}{4}a^2+2$

$y=\frac{a}{2}x-\frac{a^2}{4}+2$

$y_P=\frac{a}{2}x_P-\frac{a^2}{4}+2$

$0=\frac{a}{2}\times 2-\frac{a^2}{4}+2$

$-\frac{a^2}{4}+a+2=0$

$-a^2+4a+8=0$

$\Delta=16+32=48$

$a=\frac{-4\pm\sqrt{48}}{-2} = \frac{-4\pm 4\sqrt{3}}{-2} = 2\pm 2\sqrt{3}$

$f(2-2\sqrt{3})=\frac{1}{4}(2-2\sqrt{3})^2+2 = 6-2\sqrt{3}$ donc A($2-2\sqrt{3}$; $6-2\sqrt{3}$)

$f(2+2\sqrt{3})$ = ... = $6+2\sqrt{3}$ donc B($2+2\sqrt{3}$; $6+2\sqrt{3}$)

$AP=\sqrt{(x_P-x_A)^2+(y_P-y_A)^2} = \sqrt{(2\sqrt{3})^2+(6-2\sqrt{3})^2} = \sqrt{12+36-24\sqrt{3}+12} = \sqrt{60-24\sqrt{3}}$ = 4,29

BP = ... = $\sqrt{60+24\sqrt{3}}$ = 10,08

on multiplie par 25 pour tenir compte de l'unité