



C'est l'anniversaire de Max . Il a reçu un aquarium sphérique suspendu qui selon la notice ne doit jamais être rempli au-delà des deux tiers de son volume total.

Max cherche la hauteur maximale que peut contenir l'aquarium.

Mise en équation du problème

- 1) On modélise l'aquarium par une boule de rayon $r = 6$ cm . Déterminer son volume V
- 2) On remplit l'aquarium d'eau jusqu'à une hauteur h .
 - a) Dans quel intervalle peut varier h ?
 - b) En recherchant la formule donnant le volume d'une calotte sphérique, exprimer le volume d'eau en fonction de la hauteur h
 - c) Justifier alors que la résolution du problème revient à celle de l'équation :

$$18h^2 - h^3 - 576 = 0$$

Algorithme de dichotomie

Nous allons utiliser pour résoudre ce problème une méthode algorithmique dite de dichotomie

- 1) Un premier encadrement

A l'aide du menu graph de votre calculatrice, afficher la courbe représentative de la fonction f définie par $f(x) = 18x^2 - x^3 - 576$ sur l'intervalle $[0;12]$ et donner un encadrement par deux entiers de la hauteur h_0 recherchée

- 2) Principe de la méthode de dichotomie

- a) Quel est le signe de $f(7,5)$?
- b) Proposer alors un nouvel intervalle auquel doit appartenir h_0 ?
- c) On donne l'algorithme suivant et son code en python

```

Fonction f(h) :
    retourner 18h2 - h3 - 576
Fin fonction

a ← 7
b ← 8

Tant que b-a > 0,1 faire
    m ← (a+b)/2
    Si f(m) > 0 alors
        m ← b
    Sinon
        m ← a
    Fin Si
Fin Tant Que
Afficher a et b
  
```

```

1 def f(h):
2     return 18*h**2-h**3-576
3
4 a=7
5 b=8
6
7 while b-a>0.1:
8     m=(a+b)/2
9     if f(m)>0:
10        b=m
11    else:
12        a=m
13 print(a)
14 print(b)
  
```

Cet algorithme itère le procédé décrit dans la question précédente afin d'obtenir un encadrement de h_0

d'amplitude inférieure à 0,1

Appliquer cet algorithme en complétant ce tableau d'état des variables

Etapas	Milieu m	f(m)	Intervalle [a;b] contenant h_0	
			a	b
0			7	8
1	7,5
...

Quel couple cet algorithme affichera-t-il ?

- d) A titre d'entrainement , programmer cet algorithme sous mu-editor et vérifier les résultats de la question précédente
- e) Quelle ligne de l'algorithme en python faut-il modifier pour obtenir un encadrement d'amplitude 10^{-2} ?
Plus généralement, créer une fonction en python appelée dichotomie qui prend en argument l'amplitude souhaitée et retourne un encadrement de h_0
- f) Construire une fonction en Python qui prend en argument un volume d'eau quelconque d'eau V_{eau} versé dans l'aquarium (exprimé en cm^3) et l'amplitude souhaité a puis retourne un encadrement d'amplitude a de la hauteur correspondante