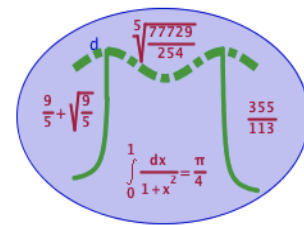
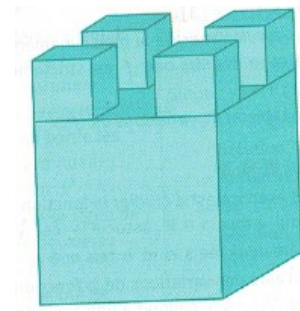


DM 1



On souhaite réaliser le solide ci-dessous. Celui-ci est composé d'un cube sur lequel on dispose quatre cubes dont les côtés ont une longueur trois fois inférieure à celle des arêtes du gros cube



1) On note x la longueur (en cm) d'une arête du grand cube.

a) A quel intervalle I le réel x doit-il appartenir ?

x doit seulement être positif donc $I = [0; +\infty[$

b) Déterminer en fonction de $x \in I$, la surface $S(x)$ de la face avant du solide

$S(x)$ = aire d'un grand carré + 2 * aire d'un petit carré

$$= x^2 + 2 \times \left(\frac{x}{3}\right)^2 = \frac{11x^2}{9}$$

c) Déterminer en fonction de $x \in I$, le volume $V(x)$ du solide.

$V(x)$ = volume grand cube + 4 * volume petit cube

$$= x^3 + 4 \times \left(\frac{x}{3}\right)^3 = \frac{31x^3}{27}$$

2) On souhaite que la face avant soit de 44 cm^2 . Quelle doit être la longueur des arêtes du grand cube ?
Et son volume ?

$$S(x) = 44 \Leftrightarrow \frac{11x^2}{9} = 44 \Leftrightarrow x^2 = 36 \Leftrightarrow x = \pm 6 \text{ et comme } x \text{ est une longueur, il vient } x = 6$$

le volume du cube est alors de $\frac{31 \times 6^3}{27} = 248 \text{ cm}^3$

3) On souhaite que le volume du solide soit de $\frac{837}{8} \text{ cm}^3$. Quelle doit être la longueur des arêtes du grand cube ? Quelle est alors la surface de la face avant du solide ?

$$V(x) = \frac{837}{8} \Leftrightarrow \frac{31x^3}{27} = \frac{837}{8} \Leftrightarrow x^3 = \frac{729}{8} = 4,5^3 \Leftrightarrow x = 4,5$$

$$S(4,5) = 24,75$$

4) a) $S(2) = 11/9 \times 4 \approx 4,88$ et $V(2) = 31/27 \approx 9,18$

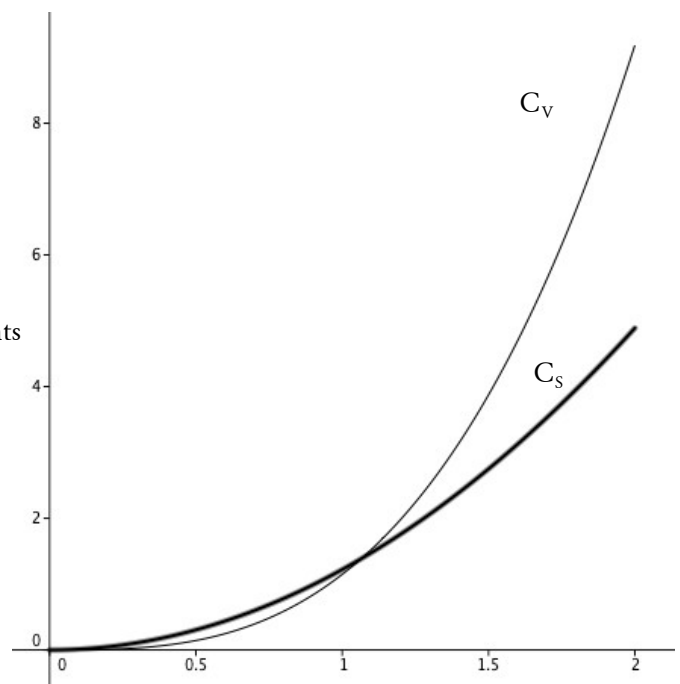
Sur le graphique, la courbe en gras au dessus de l'autre en $x = 2$ donc c'est $S(x)$ l'autre est donc $V(x)$

b) Résoudre **graphiquement** pour $x \in [0; 2]$

$$S(x) = V(x) ; S(x) > V(x)$$

Les solutions de l'équation sont les abscisses des points d'intersection des deux courbes : $S = \{0; 1\}$

Les solutions de l'inéquation sont les abscisses des points de C_S situés au dessus de C_V : $S =]0; 1[$



- 5) On considère le programme suivant écrit en langage Python :

```
def cube(x) :  
    while  $\frac{31 x^3}{27} < \frac{11 x^2}{9}$  :  
        x = x+0.001  
        x1 = round(x,3)  
        x2 = round(x - 0.001,3)  
    print( x1 , x2 )
```

- a) Rechercher ce que fait la commande round(x,3)

Cette commande arrondi la valeur de x à 10^{-3} près

- b) On choisit x = 1. Que va faire alors ce programme ?

Ce programme va afficher un encadrement de la valeur de x à 10^{-3} près pour laquelle le volume est au dessus de l'aire .

On trouve $1,064 < x < 1,065$

- c) Que se passe-t-il si on initialise x à 1,5 ?

Le programme va afficher 1,5 et 1,499 il ne va pas entrer dans la boucle while puisque le volume est au dessus de l'aire en x = 1,5

- 6) Résoudre par le calcul l'équation $S(x)=V(x)$

$$\frac{31}{27} x^3 = \frac{11}{9} x^2 \Leftrightarrow 279 x^3 = 297 x^2 \Leftrightarrow 279 x^3 - 297 x^2 = 0 \Leftrightarrow x^2(279 x - 297) = 0$$

on trouve une équation produit nul donc $x^2 = 0$ ou $x = \frac{297}{279}$

$$x = 0 \quad \text{ou} \quad x = \frac{33}{31}$$