Interrogation première

Suite numérique

Mardi 13 janvier 2026 1 heure

Exercice 1 **5 points**

1) On considère la suite (u_n) définie par $u_0 = 1$ et pour tout n ≥ 0 , $u_{n+1} = u_n + 2n - 3$

a) Montrer que $u_3 = -2$

$u_1 = u_0 + 2 \times 0 - 3 = ... = -2$

$u_2 = u_1 + 2 \times 1 - 3 = ... = -3$

$u_3 = u_2 + 2 \times 2 - 3 = ... = -2$

b) Démontrer que cette suite est croissante à partir d'un rang que l'on précisera

Etudions le signe de $u_{n+1} - u_n$

$u_{n+1} - u_n = 2n - 3$

or $2n - 3$ est positif pour n ≥ $\frac{3}{2}$ donc comme n est un entier, pour n ≥ 2, $u_{n+1} - u_n \geq 0$ cad

$u_{n+1} \geq u_n$ et le suite est croissante à partir du rang 2

2) Etudier le sens de variation de la suite (v_n) définie pour n ≥ 2 par $v_n = \frac{2n}{n-1}$

Etudions le signe de $v_{n+1} - v_n$

$$v_{n+1} - v_n = \frac{2(n+1)}{n+1-1} - \frac{2n}{n-1} = \frac{2n+2}{n} - \frac{2n}{n-1} = ... = \frac{(2n+2)(n-1) - 2n \times n}{n(n-1)}$$

$$= ... = -\frac{2}{n(n-1)}$$

pour n ≥ 2 , n et n-1 sont positif donc le signe de $v_{n+1} - v_n$ est celui de -2 d'où

$v_{n+1} - v_n < 0$

$v_{n+1} < v_n$

la suite est décroissante

3) Soit (w_n) la suite définie par $w_n = \frac{2 \times 0{,}5^n}{n}$

a) Calculer $\frac{w_{n+1}}{w_n}$

$$\frac{w_{n+1}}{w_n} = \frac{\frac{2 \times 0{,}5^{n+1}}{n+1}}{\frac{2 \times 0{,}5^n}{n}} = \frac{2 \times 0{,}5^{n+1}}{n+1} \times \frac{n}{2 \times 0{,}5^n} = 0{,}5 \times \frac{n}{n+1}$$

b) En déduire le sens de variation de la suite (w_n)

on a pour tout n > 0, n < n+1 donc $\frac{n}{n+1} < 1$ d'où $0{,}5 \times \frac{n}{n+1} < 0{,}5 < 1$

Comme la suite est strictement positive, on a donc $\frac{w_{n+1}}{w_n} < 1$ cad $w_{n+1} < w_n$

la suite est décroissante

Exercice 2 **1,5 points**

Le nombre d'abonnés à une revue était la première année de 5000 . Chaque année, 30 % des abonnés ne renouvellent pas leur abonnement mais on compte parallèlement 500 nouveaux abonnés. On note (u_n) le nombre d'abonnés la nième année.

1) Exprimer u_{n+1} en fonction de u_n $u_{n+1} = 0{,}7u_n+500$

2) A l'aide de la calculatrice, calculer u_{10}

$$u_{10} \approx 1801$$

3) A l'aide de la calculatrice, déterminer si la suite est convergente ou divergente et conjecturer son éventuelle limite.

En calculant les termes de la suite, on constate que la suite semble converger avec pour limite 1666,67

si on appelle ℓ la limite, celle-ci vérifie $\ell = 0{,}7\ell + 500$

$$0{,}3\ \ell = 500$$

$$\ell = \frac{500}{0{,}3} = \frac{5000}{3} \approx 1666{,}67$$

Exercice 3 **2 points**

Dans chaque cas, on donne les cinq premiers termes d'une suite (u_n). Trouver les deux termes suivants possibles u_5 et u_6 de manière logique puis conjecturer une forme explicite de la suite

1) $u_0 = -5$ $u_1 = -1$ $u_2 = 3$ $u_3 = 7$ $u_4 = 11$

on ajoute 4 de terme en terme donc $u_5 = 15$ et $u_6 = 19$

on peut conjecturer $u_n = -5+4n$

2) $u_0 = 3$ $u_1 = 8$ $u_2 = 15$ $u_3 = 24$ $u_4 = 35$

de terme en terme, on ajoute 5 puis 7 puis 9 puis 11 donc $u_5 = 35+13 = 48$ et $u_6 = 48+15 = 63$

un nombre impair s'écrit 2n+5 donc on peut conjecturer : $u_n = 3+(2n+3) = 8+2n$

$$u_0 = 3 \text{ et } u_{n+1} = u_n+(2n+3)$$

Exercice 4 **1,5 points**

On considère l'algorithme suivant donné en langage python :

```
def suite(n) :
    u = -2
    for i in range(1,n) :
        u = 1/2 u+3
    return u
```

1) Proposer une définition de la suite (u_n) ainsi définie

$$u_0 = -2 \text{ et } u_{n+1}=\frac{1}{2}u_n+3$$

2) Que va renvoyer cet algorithme si on prend n = 4 ?

La range (1;4) va prendre trois valeurs 1 , 2 et 3 donc 3 boucles , il faut donc calculer u_3

$u_1 = 2$ $u_2 = 4$ $u_3 = 5$