

DS Première Spe mathématiques

Mardi 9 décembre 2026

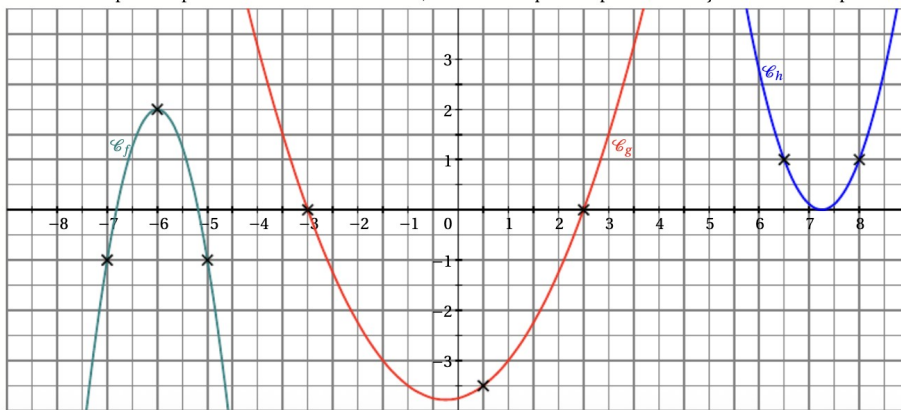
Exercice 1 4 points

Les trois courbes proposées représentent trois fonctions polynômes du second degré f , g et h .

Quand un point est marqué d'une croix cela signifie qu'on peut lire graphiquement ses coordonnées.

Le point le plus bas de la courbe C_h est sur l'axe des abscisses

Déterminer, **en justifiant**, une expression pour chacune des trois fonctions sous la forme que vous préférez



- C_f : Sommet $(-6; 2)$ donc $f(x) = a(x+6)^2 + 2$
Or $f(-5) = -1$ ce qui donne $a(-5+6)^2 + 2 = -1$
 $a = -3$
donc $f(x) = -3(x+6)^2 + 2$
- C_g : les racines de g sont -3 et $2,5$ donc $g(x) = a(x+3)(x-2,5)$
Or $g(0,5) = -3,5$ ce qui donne $a(0,5+3)(0,5-2,5) = -3,5$
 $a = 1/2$
donc $g(x) = \frac{1}{2}(x+3)(x-2,5)$
- C_h : Les points représentés par les deux croix sont symétriques donc le sommet a pour abscisse $\frac{6,5+8}{2} = 7,25$ d'où le sommet a pour coordonnées $S(7,25; 0)$
d'où $h(x) = a(x-7,25)^2$
 $h(8) = 1$ ce qui donne $a(8-7,25)^2 = 1$
 $a = \frac{16}{9}$
 $h(x) = \frac{16}{9}(x-7,25)^2$

Exercice 2 2 points Il s'agit d'un QCM . Déterminer la bonne réponse parmi celles proposées (aucune justification)

1) La fonction g est définie sur \mathbb{R} par $g(x) = 2x^2 + 9x + 4$. On peut dire que la fonction g est

a est positif donc décroissant croissant

A : décroissante puis croissante

B : décroissante sur \mathbb{R}

C : croissante puis décroissante

D : croissante sur \mathbb{R} .

2) On considère le tableau de variations ci-contre.
Parmi les quatre fonctions f proposées, laquelle peut-être associée à ce tableau ?

| | | | |
|-----|-----|----|-----|
| x | -4 | -1 | 3 |
| f | -27 | 9 | -55 |

A : $f(x) = -4(x-9)^2 - 1$ B : $f(x) = 4(x+1)^2 + 9$

C : $f(x) = -4(x+1)^2 + 9$ D : $f(x) = -4(x-1)^2 + 9$

D'après le tableau le sommet a pour coordonnées S (-1;9) d'où $f(x) = a(x+1)^2 + 9$ donc réponse B ou C comme f est croissante puis décroissante , a est négatif donc réponse C

Exercice 3 6 points Les questions sont indépendantes et doivent justifiées

1) On donne la fonction f définie par $f(x) = 5x^2 - 45x - 7$ Dresser le tableau de variations de la fonction f

On calcule les coord du sommet : $-\frac{b}{2a} = \frac{45}{10} = 4,5$ et $f(4,5) = -108,25$ S (4,5 ; -108,25)

$a = 5$ positif donc f est décroissante puis croissante donc :

| | | | |
|--------|-----------|---------|-----------|
| x | $-\infty$ | 4,5 | $+\infty$ |
| $f(x)$ | | -108,25 | |

2) On donne, ci-contre, le tableau de signe d'un polynôme f du second degré.

Sachant que f admet un extremum qui vaut -27, dresser le tableau de variations de f sur \mathbb{R} .

| | | | | | |
|--------|-----------|----|---|-----------|---|
| x | $-\infty$ | -4 | 2 | $+\infty$ | |
| $f(x)$ | + | 0 | - | 0 | + |

Le sommet est au « milieu » de $[-4;2]$ donc son abscisse est $\frac{-4+2}{2} = -1$

Le poly passe de + à - puis a + donc f est décroissante puis croissante donc l'extremum est un minimum et le sommet a pour coord S(-1;-27) d'où

| | | | |
|--------|-----------|-----|-----------|
| x | $-\infty$ | -1 | $+\infty$ |
| $f(x)$ | | -27 | |

3) Résoudre les inéquations suivantes à l'aide éventuellement d'un tableau de signe :

a) $2x^2 + 8x + 8 \leq 0$

$\Delta = 0$ donc une racine $x_0 = -\frac{b}{2a} = -2$

le trinome est du signe de a donc positif

donc $S = \{ -2 \}$

b) $2x^2 + 2x - 24 > 0$

$\Delta = 196 = 14^2 > 0$ deux racines $x_1 = 3$ et $x_2 = -4$

le trinôme est du signe de a donc positif sauf entre ses racines donc (on peut faire un tableau de signe)

$S =]-\infty; -4[\cup]3; +\infty[$

c) $\frac{3x^2 - 4x - 7}{2x + 1} \geq 0$ il faut faire un tableau de signe

$3x^2 - 4x - 7$

$\Delta = 100 > 0$ dnc deux racines $x_1 = -1$ et $x_2 = 7/3$

$2x + 1 = 0$ pour $x = -1/2$

| | | | | | |
|-----------------|-----------|------|----------------|---------------|-----------|
| x | $-\infty$ | -1 | $-\frac{1}{2}$ | $\frac{7}{3}$ | $+\infty$ |
| $3x^2 - 4x - 7$ | + | 0 | - | ∴ | - 0 + |
| $2x + 1$ | - | ∴ | - | 0 | + ∴ + |
| <i>quotient</i> | - | 0 | + | | - 0 + |

$S = [-1; -1/2[\cup]7/3; +\infty[$

4) On donne $f(x) = x^2$ et $g(x) = 2x - 6$

Conjecturer l'aide de la calculatrice la position relative des courbes C_f et C_g puis démontrer ce résultat

on conjecture que C_f est au dessus de C_g sur \mathbb{R}

Pour le démontrer étudions le signe de $f(x) - g(x) = x^2 - 2x + 6$

$\Delta = 4 - 24 < 0$ donc pas de racine

le trinôme est du signe de a donc positif sur \mathbb{R}

$f(x) - g(x) > 0$

$f(x) > g(x)$

C_f est au dessus de C_g

Exercice 4 5 points

Soit m un nombre réel non nul. On donne le trinôme $f(x) = mx^2 + 4x + 2(m - 1)$

1) Dans cette question et seulement dans cette question , on prend $m = -2$

Démontrer que $f(x) < 0$

$f(x) = -2x^2 + 4x - 6$

$\Delta = 16 - 48 < 0$ donc f est du signe de a = -2 donc $f(x) < 0$

2) Pour quelle valeur de m, l'équation $f(x) = 0$, admet-elle $x = 0$ comme solution ?

$X = 0$ est solution pour $2(m - 1) = 0$ c'est à dire $m = 1$

3) a) Calculer le discriminant de cette équation en fonction de m

$\Delta = 16 - 4 \times m \times 2(m - 1)$

$= -8m^2 + 8m + 16$

b) Pour quelle(s) valeur(s) de m l'équation $f(x) = 0$ admet-elle deux solutions distinctes ?

Deux solutions distinctes ssi $\Delta > 0$

$$-8m^2 + 8m + 16 > 0$$

$$\Delta' = 64 - 4 \times (-8) \times 16 = 576 = 24^2$$

$$m_1 = -1 \quad \text{et} \quad m_2 = 2$$

donc deux solutions si $m \in]-1; 2[$

4) Quel est l'ensemble des nombres m pour lesquels $f(x) < 0$ pour tout nombre réel x ?

$f(x)$ sera négatif si $\Delta < 0$ et $m < 0$

$\Delta < 0$ ssi $m \in]-\infty; -1[\cup]2; +\infty[$

comme m doit être < 0 , il faut que $m \in]-\infty; -1[$

Exercice 5 3 points

Toute trace de recherche sera valorisée même si elle n'est pas aboutie

Dans un magasin de meubles, il y a 55 % de divans dont 14 % sont en cuir, 30 % de fauteuils dont 20 % sont en cuir et le reste est constitué de poufs dont 42 % en cuir.

Un client se présente et choisit un meuble.

On note F l'événement « le meuble choisi est un fauteuil » et C « le meuble choisi est en cuir »

Montrer que ces deux événements sont indépendants.

On commence par un arbre

$$P(F) = 0,3$$

$$P(C \cap F) = 0,3 * 0,2 = 0,06$$

Les proba totales donnent :

$$\begin{aligned} P(C) &= P(C \cap D) + P(C \cap F) + P(C \cap P) \\ &= 0,55 \times 0,14 + 0,3 \times 0,2 + 0,15 \times 0,42 \\ &= 0,2 \end{aligned}$$

$$P(F) \times P(C) = 0,06 = P(C \cap F) \quad \text{donc indépendants}$$

