

**Durée 3 heures**

**SANS calculatrice**, vous commencerez ce devoir par le QCM et les exercices 1 et 2.

Après avoir rendu votre copie, **vous pourrez alors utiliser votre calculatrice** pour l'exercice 3 qui sera rédigé sur une copie séparée

**Partie QCM ( 6 points )**

Pour cette première partie, aucune justification n'est demandée et une seule réponse est possible par question. Pour chaque question, **reportez son numéro sur votre copie et indiquez votre réponse**

**Question 1** Après une hausse de 20%, un téléviseur coûte 600€. Son prix avant augmentation était :

- a. 720€                      b. 100€                      c. 500€                      d. Environ 588€

**Question 2.**

On considère le programme écrit en langage Python ci-contre.

L'appel f(3) renvoie :

```
def f(n) :
    x = 5
    for i in range(n):
        x=2+3*x
    print(x)
```

- a. 17 53 161                      b. 161                      c. 17 53 161 485                      d. 485

**Question 3** L'ensemble des solutions de l'équation  $\frac{2}{3}x + \frac{1}{5} \geq -\frac{1}{2}x + \frac{1}{6}$  est :

- a.  $\left[-\frac{1}{35}; +\infty\right[$                       b.  $\left[-\frac{1}{2}; \frac{2}{3}\right]$                       c.  $\left[-\frac{7}{180}; +\infty\right[$                       d.  $] -\infty; -\frac{6}{210}]$

**Question 4** Si on simplifie l'expression  $3^{n+2} - 3^{n+1} - 7 \times 3^n + 3^{n-1}$ , on obtient :

- a.  $3^n \times 27$                       b.  $-2 \times 3^{n-1}$                       c.  $-3^n$                       d.  $3^{n-1} \times 4$

**Question 5**  $2 \times \frac{5}{3} - \frac{1}{6} + \frac{5}{4}$  est égal à :                      a.  $\frac{46}{24}$                       b.  $\frac{11}{4}$                       c.  $\frac{53}{12}$                       d.  $\frac{23}{12}$

**Question 6** Les solutions de l'inéquation  $-x(x-3)(-2x+4) \geq 0$  sont :

- a.  $[0; 2] \cup [3; +\infty[$                       b.  $[2; 3]$                       c.  $] -\infty; 0] \cup [2; 3]$                       d.  $[-2; 3]$

**Question 7** On considère x, y, u des réels non nuls tels que  $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{u}$ . On peut affirmer que :

- a.  $u = \frac{xy}{x+y}$                       b.  $u = \frac{x+y}{xy}$                       c.  $u = xy$                       d.  $u = x+y$

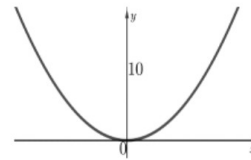
**Question 8** On lance un dé à 4 faces . La probabilité sd'obtenir chacune des faces est donnée dans le tableau .

Face numero 1	Face numero 2	Face numero 3	Face numero 4
0,5	$\frac{1}{6}$	0,2	x

On peut affirmer que :                      a.  $x = \frac{2}{15}$                       b.  $x = \frac{2}{3}$                       c.  $x = 0,4$                       d.  $x = 0,1$

**Question 9** On donne ci-contre la parabole d'équation  $y = x^2$ .

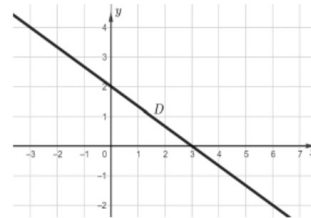
L'inéquation  $x^2 \geq 10$  est équivalente à :



- a.  $-\sqrt{10} \leq x \leq \sqrt{10}$       b.  $x \leq -\sqrt{10}$  ou  $x \geq \sqrt{10}$   
 c.  $x \geq \sqrt{10}$       d.  $x = \sqrt{10}$  ou  $x = -\sqrt{10}$

**Question 10** On a représenté ci-contre une droite D dans un repère orthonormé.

L'équation de la droite D est :



- a.  $y = -\frac{3}{2}x + 2$       b.  $y = \frac{2}{3}x + 2$   
 c.  $2x - 3y - 6 = 0$       d.  $\frac{x}{3} + \frac{y}{2} - 1 = 0$

**Question 11** Voici une série de notes avec les coefficients associés

Note	10	8	16
coefficient	1	2	x

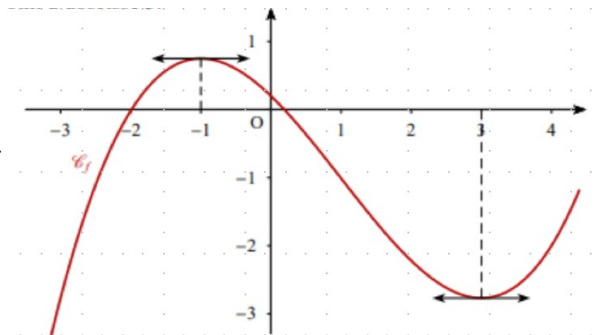
On note m la moyenne de cette série. Que doit valoir x pour que  $m = 15$  ?

- a. impossible      b.  $x = 10^{-3}$       c.  $x = 3$       d.  $x = 19$

**Question 12**

Soit f la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  dont la représentation graphique est donnée ci-dessous.

Deux tangentes horizontales ont été représentées celles en -1 et celle en 3



$f'(-1) \times f'(3)$  est :

- a. strictement positif      b. strictement négatif      c. égal à 0      d. égale à  $f'(-3)$

**Exercice 1** (9 points)

Les suites  $(u_n)$ ,  $(v_n)$  et  $(w_n)$  sont définies pour tout entier naturel n par :

$$u_n = 2n^2 + 2n - 1 \quad , \quad v_n = \frac{n^2}{3^n} \quad , \quad w_0 = -2 \quad \text{et} \quad w_{n+1} = \frac{1}{2}w_n + \frac{5}{2}$$

- 1) Calculer les trois premiers termes de chacune de ces suites .
- 2) a) Exprimer  $u_{n+1}$  puis  $v_{n+2}$  en fonction de n  
 b) Exprimer  $w_{n+2}$  en fonction de  $w_n$
- 3) Etudier le sens de variation de la suite  $(u_n)$

4) a) Etudier le signe de  $f(x) = -2x^2 + 2x + 1$

b) Démontrer que pour tout entier  $n$ ,  $v_{n+1} - v_n = \frac{-2n^2 + 2n + 1}{3^{n+1}}$

c) En déduire le sens de variation de la suite  $(v_n)$

d) A l'aide de votre calculatrice, conjecturer la limite de la suite  $(v_n)$

5) a) On donne le programme python suivant :

```
w = ...
for i in range ( ... ; ... ) :
    w =
print (...)
```

Compléter ce programme afin de calculer  $w_{15}$

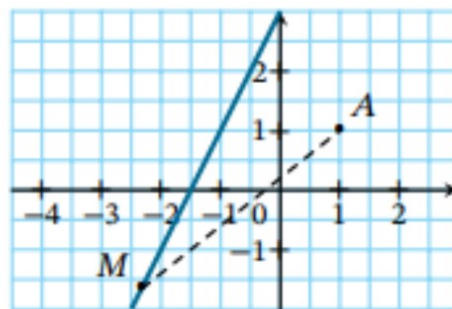
b) A l'aide de votre calculatrice, calculer  $w_{15}$ . On donnera la valeur approchée au dix millièmes

c) Conjecturer la limite de la suite  $(w_n)$

**Exercice 2 ( 5 points )**

On considère la droite  $d$  d'équation  $y = 2x + 3$  et  $A$  le point de coordonnées  $(1;1)$ .

$M$  est un point quelconque de la droite  $d$  et on note  $x$  l'abscisse de  $M$



1) On définit la fonction  $f$  par :  $f(x) = AM^2$

a) Justifier que l'ordonnée de  $M$  est  $y = 2x + 3$

Vérifier que  $f(x) = 5x^2 + 6x + 5$

On rappelle que la formule de la distance entre deux points :  
 $AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$

b) Justifier que  $f(x) = 5(x + 0,6)^2 + 3,2$ . Comment s'appelle cette forme ?

c) Etudier les variations de la fonction  $f$ .

Pour quelle valeur  $x_0$  la fonction  $f$  atteint-elle son extremum ?

d)  $M_0$  est le point de la droite  $d$  tel que la distance  $AM^2$  soit minimale. Justifier que les coordonnées de  $M_0$  sont  $(-0,6;0,8)$

2) On considère le point  $B$  de coordonnées  $(0;3)$

a) Après avoir remarqué que  $B$  est sur la droite  $d$ , déterminer la nature du triangle  $ABM_0$

b) Que peut-on en déduire des droites  $(AM_0)$  et  $d$  ?

### Exercice 3 ( 10 points ) ( Changer de copie )

#### PARTIE A

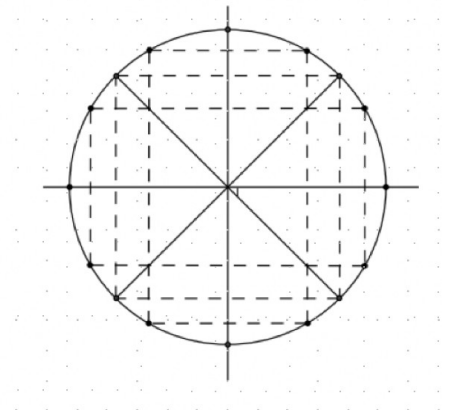
1) Parmi les nombres ci-dessous, un seul n'admet pas le même point image sur le cercle trigonométrique .  
Lequel et pourquoi ?

$$\frac{29\pi}{6} ; \frac{125\pi}{6} ; -\frac{31\pi}{6} ; -\frac{85\pi}{6}$$

2) Sur le cercle trigonométrique ci-joint, placer soigneusement les points suivants :

$$A\left(-\frac{4\pi}{3}\right) ; B\left(-\frac{13\pi}{2}\right) ; C\left(-\frac{5\pi}{6}\right)$$

$$D\left(-\frac{21\pi}{4}\right) ; E\left(\frac{29\pi}{6}\right) ; F(317\pi)$$



3) Soit  $x_1$  ,  $x_2$  ,  $x_3$  trois mesures principales telles que :

$$\begin{cases} \cos x_1 = \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \sin x_1 = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \cos x_2 = -\frac{\sqrt{2}}{2} \\ \sin x_2 = -\frac{\sqrt{2}}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \cos x_3 = 0 \\ \sin x_3 < 0 \end{cases}$$

Donner les valeurs de  $x_1$  ,  $x_2$  et  $x_3$  .

4) Soit  $x \in [-\pi; 0]$  . Déterminer  $\sin x$  sachant que  $\cos x = \frac{1}{5}$

#### PARTIE B

On lance une balle en l'air et on étudie la hauteur de la balle en fonction du temps. On admet que, tant que la balle est en l'air, sa hauteur en mètres est donnée par la fonction  $h$  définie par

$$h(t) = -4t^2 + 16t + 2$$

où  $t$  est le temps exprimé en seconde . L'expérience commence à  $t = 0$ .

Déterminer :

- 1) la hauteur initiale  $h_0$  à partir de laquelle la balle est lancée
- 2) a) le temps  $t_m$  au bout duquel la hauteur maximale est atteinte  
b) la hauteur maximale  $h_m$  atteint par la balle
- 3) le temps  $t_1$  au bout duquel la balle touche le sol
- 4) le temps durant lequel la balle reste à une hauteur supérieure à 9 m