Devoir de mathématiques **Classe de première B**

Le mercredi 5 novembre 2025

SANS calculatrice, vous commencerez ce devoir par le QCM et les exercices 1 et 2.
Après avoir rendu votre copie, **vous pourrez alors utiliser votre calculatrice** pour l'exercice 3 qui sera rédigé sur une copie séparée

PARTIE QCM (6 points)

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Pour chaque question, une seule réponse est exacte . Le candidat **indiquera** sur le sujet l**e numéro de la question et la réponse choisie** . Aucune justification n'est demandée

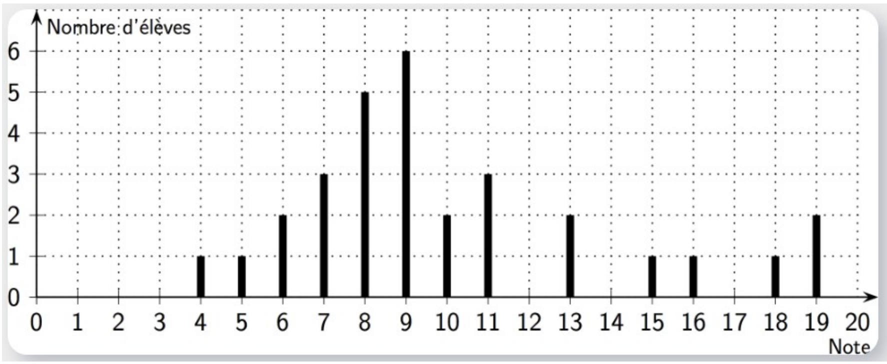
Question 1

Si 60 % d'une quantité y vaut 60 , que vaut y ?

a) 36 b) 24 c) 360 **d) 100**

Question 2

Voici le diagramme en bâtons représentant la répartition des notes sur 20 obtenues à un contrôle par une classe de 30 élèves en première :



L'écart interquartile est : a) $[7;13]$ b) 6 **c) 3** d) [8;11]

30/4 = 7,5 donc le premier quartile est la huitième valeur Q1 = 8
3*30/4 = 22,5 donc le troisième quartile est la 23ème valeur Q3 = 11
L'intervalle interquartile est donc [8;11] et l'écart vaut 3

Question 3 Laquelle des expressions suivantes est un polynôme du second degré :

a) f(x) = $(x-1)^2-(x-3)^2 = 4x-8$ b) f(x) = $3(3x-5)+2 = 9x-13$

c) f(x) = $x(x-2)+3 = x^2-2x+3$ d) f(x) = $\dfrac{1}{4x-3}$

Question 4 Quelle est la forme factorisée de f(x) = $0{,}5(x-2)^2-8 = 0{,}5x^2-2x-6$

Δ = 16 donc deux racines -2 et 6 donc réponse c

a) $0{,}5x^2-2x-6$ b) $0{,}5(x+10)(x-6)$

c) $0{,}5(x-6)(x+2)$ d) $0{,}5(x-10)(x+6)$

Question 5 Soit f(x) = $5x^2+20x-2$ alors on a :

On cherche la forme canonique : f(x) = $5x^2+20x-2$ = $5(x^2+4x)-2$ = $5((x+2)^2-4)-2$

= $5(x+2)^2-22$

a) f(x) = $5(x+2)^2-18$ b) f(x) = $(x+2)^2-22$

c) f(x) = $5(x+2)-22$ **d) f(x) = $5(x+2)^2-22$**

Question 6 x_1 et x_2 sont des nombres réels dont la somme est -2 et le produit est -7 alors x_1 et x_2 :

ces deux réels sont solutions de l'équation $x^2-Sx+P=0$ c'est à dire $x^2+2x-7=0$

a) n'existent pas b) sont solutions de $x^2-2x-7=0$

c) sont solutions de $x^2+2x-7=0$ d) sont solutions de $-5x^2+10x+35=0$

Pour les deux questions suivantes, soient a et b deux réels **distincts** et soit f(x) = $(x+a)(x-b)$

Question 7 Les racines de f(x) sont :

a) $-a$ et $-b$ **b) $-a$ et b** c) a et b d) a et $-b$

Question 8 Le discriminant de f est

a) strictement positif (car deux racines distinctes) b) strictement négatif

c) égale à zéro d) on ne peut pas savoir

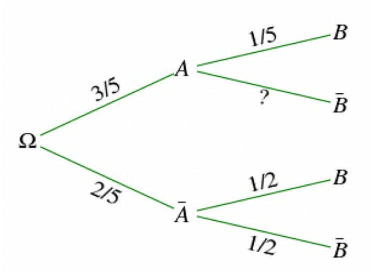
Question 9 A et B sont deux événements tels que : P(A) = 0,9 et $P_A(\overline{B})$ = 0,3

$P(A\cap B)$ =

$P_A(\overline{B})$ = 0,3 donc $P_A(B)$ = 0,7 d'où $P(A\cap B)$ = P(A)* $P_A(B)$ = $0{,}9\times 0{,}7$ = 0,63

a) $\frac{2}{3}$ b) $\frac{1}{3}$ **c) 0,63** d) 0,27

Question 10 On considère l'arbre de probabilité suivant :

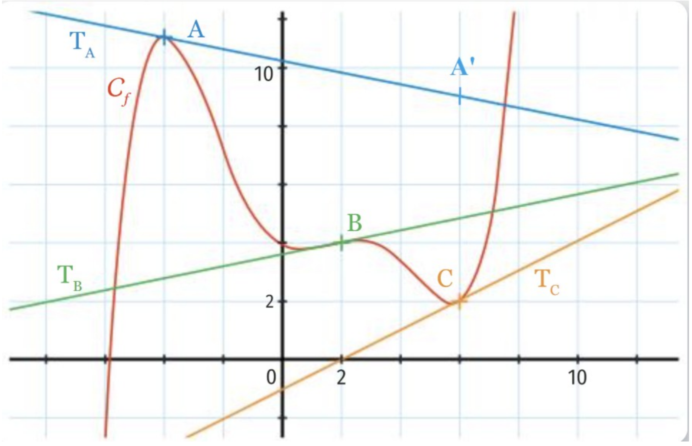


$\frac{1}{5}$ est égale à :

a) $P_B(A)$ **b) $P(\overline{A}\cap B)$**

c) P(B) d) $P(A\cap B)$

Pour les deux questions suivantes, on donne le graphe représentant une fonction f ainsi que trois de ses tangentes



Question 11 On a :

a) $f'(2) = -\frac{1}{5}$ b) $f'(-2) = \frac{1}{6}$

c) $f'(6) = \frac{1}{2}$ d) $f'(3) = \frac{1}{2}$

Question 12 L'équation de la tangente à la courbe au point d'abscisse 6 est :

y = $f'(6)(x-6)+f(6)$

y = $\frac{1}{2}(x-6)+2$

y = $\frac{1}{2}x-1$

a) y = $\frac{1}{2}x-2$ b) y = $\frac{1}{2}(x-3)+1$

c) y = $\frac{1}{2}(x-6)+2$ d) y = $21x+3$

Combinaison gagnante : **1d 2c 3c 4c 5d 6b 7b 8a 9c 10b 11c 12c**

Combinaison gagnante pour l'autre sujet : **1c 2b 3b 4b 5a 6a 7b 8b 9b 10c 11b 12c**

Partie B (14 points)

Exercice 1 **(5 points)**

Un organisme de centres de vacances propose à ses clients deux types de destinations : en France ou à l'étranger.

Pour chaque destination, le client a le choix entre deux types d'hébergement : le camping ou l'hôtel.

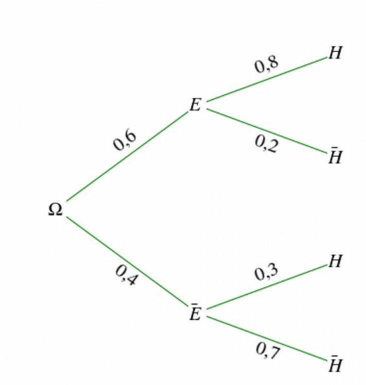
L'organisme fait une analyse statistique de ses fiches clients et constate que 60 % de ses clients optent pour les centres à l'étranger et parmi ceux-ci, 80 % choisissent un hôtel. En outre, 70 % des clients choisissant un centre en France, se rendent dans un camping.

On prélève une fiche client au hasard. Chaque fiche a la même probabilité d'être choisie.

On considère les évènements suivants :

- E : La fiche prélevée est celle d'un client ayant choisi un centre de vacances à l'étranger.
- H : La fiche prélevée est celle d'un client ayant choisi un hôtel.

Les résultats seront données sous forme décimale



1. a) P(E) = 0,6 , $P_{\overline{E}}(\overline{H})$ = 0,7 et $P_E(H)$ = 0,8

b) Construire l'arbre de probabilité traduisant la situation

2) a) Quelle est la probabilité que la fiche prélevée soit celle d'un client ayant choisi l'hotel et un centre de vacances en France ?

$$\text{On veut } P(H\cap\overline{E}) = 0{,}4\times 0{,}3 = 0{,}12$$

b) Montrer que la probabilité que la fiche prélevée soit celle d'un client ayant choisi un hôtel est de 0,6

E et $\overline{E}$ forment une partition de l'univers donc d'après la formule des proba totales on a :

$$P(H) = P(H\cap E)+P(H\cap\overline{E})$$

$$P(H) = 0{,}6\times 0{,}8+0{,}12 = 0{,}6$$

3) Calculer la probabilité que la fiche prélevée soit celle d'un client ayant choisi un centre de vacances en France sachant que ce dernier réside en hôtel.

$$\text{On veut } P_H(\overline{E}) = \frac{P(H\cap\overline{E})}{P(H)} = \frac{0{,}12}{0{,}6} = 0{,}2$$

4) **Un peu de recherche** Un directeur de camping aimerait avoir une fréquentation à l'équilibre entre camping et hotel c'est à dire une fréquentation du camping à 50 %. Quelle devrait être le pourcentage de client choisissant un séjour à l'étranger pour atteindre cet objectif ?

On peut refaire un arbre

On veut P(H) = 0,5 or P(H) = $P(H\cap E)+P(H\cap\overline{E})$ donc si on note P(E) = x on obtient :

$$0{,}5 = P(E)\times P_E(H)+P(\overline{E})\times P_{\overline{E}}(H)$$

$$0{,}5 = x\times 0{,}8+(1-x)\times 0{,}3$$

$$0{,}5 = 0{,}5x+0{,}3$$

$$x = \frac{2}{5} = 0{,}4$$ soit 40 %

<u>Exercice 2</u> (9 points)

<u>Partie A</u>

Soit f une fonction polynôme du second degré définie pour tout réel x par f(x) = $-2x(x+1)+x+3$

On note C_f sa courbe représentative dans un repère

1) Déterminer les différentes formes de la fonction f :

a) forme développée f(x) = $-2x^2-x+3$

b) forme factorisée Δ = 25 donc deux racines 1 et $-1{,}5$ donc f(x) = $-2(x-1)(x+1{,}5)$

c) forme canonique $\alpha = -\frac{b}{2a} = \frac{-1}{4}$ $\beta = \frac{-\Delta}{4a} = -\frac{25}{-8} = \frac{25}{8}$

$$f(x) = -2\left(x+\frac{1}{4}\right)^2+\frac{25}{8}$$

2) En choisissant la forme la plus adaptée, déterminer :

a) les coordonnées des points d'intersection de C_f avec l'axe des abscisses

il faut résoudre f(x) = 0

$-2(x-1)(x+1{,}5) = 0$

solutions 1 et $-1{,}5$

donc les coordonnées sont (1 ; 0) et (-1,5 ; 0)

b) les coordonnées des points d'intersection de C_f avec l'axe des ordonnées

on calcule avec la forme développée f(0) = 3 donc coordonnées (0 ; 3)

3) On considère la droite D d'équation g(x) = 2x+1

Déterminer les coordonnées des points d'intersection de la courbe C_f et de la droite D

Il faut résoudre f(x) = g(x)

$-2x^2-x+3 = 2x+1$

$-2x^2-3x+2=0$

$\Delta = 9+16 = 25$ deux racines

$x_1 = \frac{1}{2}$ et $x_2 = -2$

f(1/2) = $-2\times\frac{1}{4}-\frac{1}{2}+3 = 2$ f(-2) = $-2\times4+2+3 = -2$

Les coordonnées sont donc $\left(\frac{1}{2};2\right)$ et $(-2;-2)$

4) Résoudre l'équation $-2x^4-x^2+3=0$ on pourra poser X = x^2

En posant X=x^2 l'équation devient $-2X^2-X+3=0$

d'apèrs les questions précédentes , on a X = 1 et X = -1,5

d'où $x^2 = 1$ $x^2 = -1{,}5$

$x^2 = 1$ donc $x = \pm 1$

et $x^2 = -1{,}5$ ne convient pas car un carré est un nombre positif

S = { ±1 }

Partie B On donne ci-dessous les courbes représentatives de deux fonctions f et g définies par :

$$f(x) = \frac{1}{2}x^2+10 \quad \text{et} \quad g(x) = -x^2-2x+20$$

1) On peut identifier les deux courbes à l'aide de f(0) = 10 et g(0) = 20

on a donc C_1 qui représente C_f et $C_2 = C_g$

2) il faut résoudre f(x) = g(x) c'est à dire $\frac{1}{2}x^2+10 = -x^2-2x+20$

$$\frac{3}{2}x^2+2x-10=0$$

$$\Delta = 4-4\times\frac{3}{2}\times(-10) = 64$$

$$x_1 = -\frac{10}{3} \text{ et } x_2 = 2$$

or on sait que $0{,}3\leq x\leq 3{,}5$ donc x_1 ne convient pas et la réponse est 20 €

Exercice 3 La calculatrice est autorisée pour cet exercice **après avoir rendu votre copie**

Partie A

Soit g le polynôme du second degré défini par g(t) = $-0{,}03t^2+0{,}54t-0{,}43$

1) Mettre g sous forme canonique et en déduire les entiers a et b tels que g(x) = $-0{,}03(x-a)^2+b$

$$g(t) = -0{,}03\left(t^2-\frac{0{,}54}{0{,}03}t\right)-0{,}43 = -0{,}03(t^2-18t)-0{,}43 = -0{,}03((t-9)^2-81)-0{,}43$$

$$= -0{,}03(t-9)^2+2{,}43-0{,}43 = -0{,}03(t-9)^2+2$$

On prendra a = 9 et b = 2 dans la suite de l'exercice

2) On admet que $g\left(9+\frac{10}{3}\sqrt{6}\right)=0$. Démontrer que g admet une seule autre racine qui vaut environ 0,835 et dont on donnera une valeur exacte .

Le produit des racines est égale à $\frac{c}{a} = -\frac{0{,}43}{-0{,}03} = \frac{43}{3}$ donc si on appelle x_1 la racine recherchée, on a donc $(9+\frac{10}{3}\sqrt{6})\times x_1=\frac{43}{3}$ d'où $x_1 = \dfrac{\frac{43}{3}}{9+\frac{10}{3}\sqrt{6}} = \dfrac{43}{27+10\sqrt{6}} = \dfrac{27-10\sqrt{6}}{3}$

3) Calculer $g'(1)$

g(1+h) = $-0{,}03(1+h)^2+0{,}54(1+h)-0{,}43 = -0{,}03h^2-0{,}06h-0{,}03+0{,}54+0{,}54h-0{,}43$

$= -0{,}03h^2+0{,}48h+0{,}08$

g(1) = $-0{,}03+0{,}54-0{,}43 = 0{,}08$

f'où t(h) = $\dfrac{g(1+h)-g(1)}{h} = -0{,}03h+0{,}48$

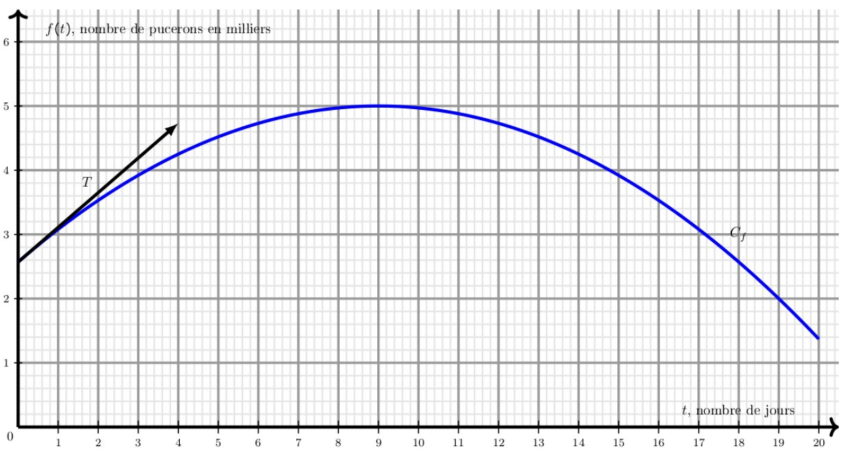
$\lim_{h\to 0} t(h) = 0{,}48$ comme cette limite existe, g est dérivable en 1 et on a $g'(1) = 0{,}48$

Partie B Des pucerons envahissent une roseraie.

On introduit alors des coccinelles, prédatrices des pucerons, à l'instant t = 0, et on s'intéresse à l'évolution du nombre de pucerons à partir de cet instant et sur une période de 20 jours.

Dans le repère ci-contre, on a tracé :

- → La courbe C représentant le nombre de milliers de pucerons en fonction du nombre de jours écoulés depuis l'introduction des coccinelles.
- → La tangente T à la courbe C au point d'abscisse 0 passe par les points A(0; 2,57) et B (4; 4,73).



1) Déterminer par lecture graphique le nombre de pucerons à l'instant où l'on introduit les coccinelles puis le nombre maximal de pucerons sur la période de 20 jours.

On peut lire 2,6 milliers de pucerons au début et un max de 5 milliers

2) On assimile la vitesse de prolifération des pucerons à l'instant t au nombre dérivé $f'(t)$

a) Déterminer graphiquement la vitesse de prolifération des pucerons à l'instant t = 0.

on doit calculer le coef directeur de la tangente, donc si on utilise les points A et B qui sont donnés on a $f'(0) = \frac{4{,}73-2{,}57}{4-0} = \frac{2{,}16}{4} = 0{,}54$

b) Déterminer une équation de la tangente en 0 à C_f

y = $f'(0)(x-0)+f(0)$

y = $0{,}54x+2{,}6$

Partie C

On modélise l'évolution du nombre de pucerons par la fonction f définie, pour tout t appartenant à l'intervalle $[0;20]$ par : f(t) = $-0{,}03t^2+0{,}54t+2{,}57$

où t représente le nombre de jours écoulés depuis l'introduction des coccinelles et f(t) le nombre de pucerons **en milliers**.

On souhaite savoir pendant combien de temps il y aura plus de trois mille pucerons.

1) Justifier qu'il y aura plus de trois mille pucerons si t vérifie : $-0{,}03t^2+0{,}54t-0{,}43>0$.

On veut f(t) > 3 donc $-0{,}03t^2+0{,}54t+2{,}57$ > 3 ce qui donne $-0{,}03t^2+0{,}54t-0{,}43>0$.

Dans la suite nous nous intéresserons à la fonction g définie, pour tout t appartenant à l'intervalle $[0;20]$ par g(t) = $-0{,}03t^2+0{,}54t-0{,}43$

2) En utilisant les résultats de la partie A, démontrer qu'il y aura plus de trois mille pucerons si t vérifie $(t-9)^2<\frac{200}{3}$

On utilise la forme canonique trouvée au début ce qui donne

$$-0{,}03(t-9)^2+2>0$$

$$(t-9)^2<\frac{2}{0{,}03}$$

$$(t-9)^2<\frac{200}{3}$$

3) On décide d'utiliser le tableur pour déterminer la valeur de t répondant au problème posé.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1	t	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9
2	A	81	79,21	77,44							

a) Quelle formule tableur a été rentrée en cellule B2 puis recopier vers la droite afin de compléter le tableau ?

B2 = $(B1-9)^2$

b) Recopier et compléter ce tableau . On donnera des valeurs approchées au centième

0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9
81	79,21	77,44	75,69	73,96	72,25	70,56	68,89	67,24	65,61

c) Quelle valeur, solution du problème, obtient-on d'après ce tableau ?

$\frac{200}{3} \approx 66{,}67$ donc on peut dire t env 0,8

d) Le graphique précédent laisse penser à une deuxième valeur dans l'intervalle [17;18]
En donner une valeur exacte

La solution recherchée est une racine de g comme 0,8 est une première solution la deuxième est donnée, d'après la partie A, par $9+\frac{10}{3}\sqrt{6}$