<u>Devoir de mathématiques</u> <u>Classe de première B-C</u>

<u>Le mercredi 5 novembre 2025</u>

SANS calculatrice, v ous commencerez ce devoir par le QCM et les exercices 1 et 2.
Après avoir rendu votre copie, **vous pourrez alors utiliser votre calculatrice** pour l'exercice 3 qui sera rédigé sur une copie séparée

PARTIE QCM (6 points)

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Pour chaque question, une seule réponse est exacte . Le candidat **indiquera** sur le sujet l**e numéro de la question et la réponse choisie** . Aucune justification n'est demandée

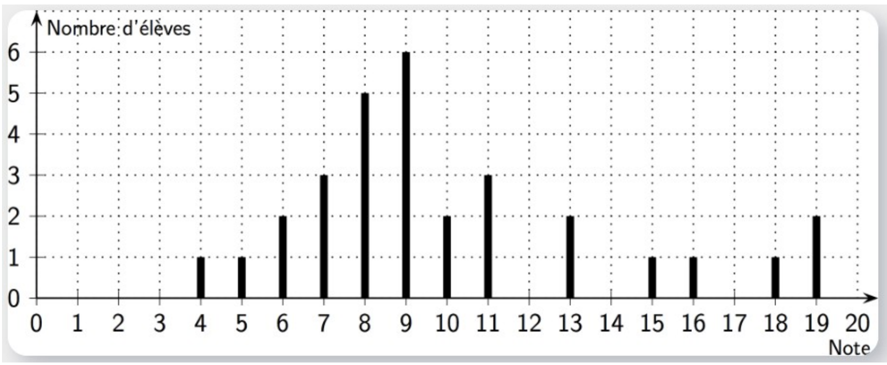
Question 1

Si 60 % d'une quantité y vaut 60 , que vaut y ?

a) 36 b) 24 c) 360 d) 100

Question 2

Voici le diagramme en bâtons représentant la répartition des notes sur 20 obtenues à un contrôle par une classe de 30 élèves en première :



L'écart interquartile est : a) $[7;13]$ b) 6 c) 3 d) [8;11]

Question 3 Laquelle des expressions suivantes est un polynôme du second degré :

a) f(x) = $(x-1)^2-(x-3)^2$ b) f(x) = $3(3x-5)+2$

c) f(x) = $x(x-2)+3$ d) f(x) = $\frac{1}{4x-3}$

Question 4 Quelle est la forme factorisée de f(x) = $0{,}5(x-2)^2-8$?

a) $0{,}5x^2-2x-6$ b) $0{,}5(x+10)(x-6)$

c) $0{,}5(x-6)(x+2)$ d) $0{,}5(x-10)(x+6)$

Question 5 Soit f(x) = $5x^2+20x-2$ alors on a :

a) f(x) = $5(x+2)^2-18$ b) f(x) = $(x+2)^2-22$

c) f(x) = $5(x+2)-22$ d) f(x) = $5(x+2)^2-22$

Question 6 x_1 et x_2 sont des nombres réels dont la somme est -2 et le produit est -7

alors x_1 et x_2 :

a) n'existent pas — b) sont solutions de $x^2-2x-7=0$

c) sont solutions de $x^2+2x-7=0$ — d) sont solutions de $-5x^2+10x+35=0$

Pour les deux questions suivantes, soient a et b deux réels **distincts** et soit f(x) = $(x+a)(x-b)$

Question 7 Les racines de f(x) sont :

a) $-a$ et $-b$ b) $-a$ et b c) a et b d) a et $-b$

Question 8 Le discriminant de f est

a) strictement positif b) strictement négatif

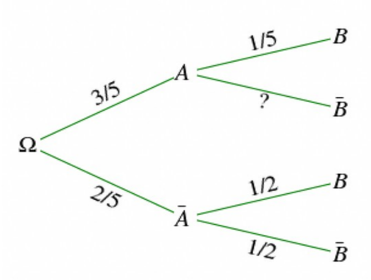
c) égale à zéro d) on ne peut pas savoir

Question 9 A et B sont deux événements tels que : P(A) = 0,9 et $P_A(\overline{B})$ = 0,3

$P(A\cap B)$ =

a) $\frac{2}{3}$ b) $\frac{1}{3}$ c) 0,63 d) 0,27

Question 10 On considère l'arbre de probabilité suivant :

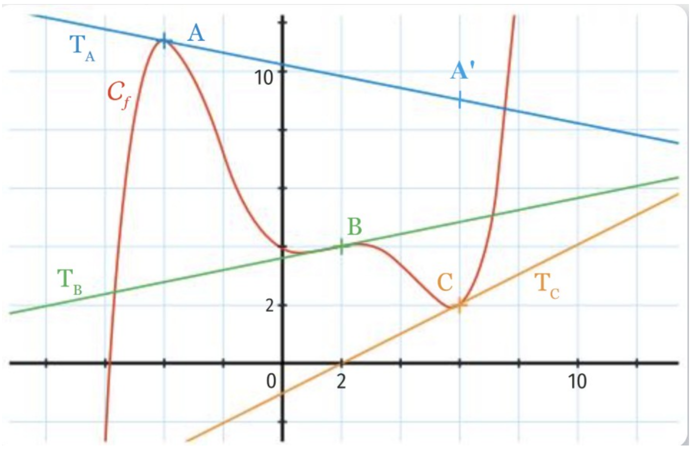


$\frac{1}{5}$ est égale à :

a) $P_B(A)$ b) $P(\overline{A}\cap B)$

c) P(B) d) $P(A\cap B)$

Pour les deux questions suivantes, on donne le graphe représentant une fonction f ainsi que trois de ses tangentes



Question 11 On a :

a) $f'(2) = -\frac{1}{5}$ b) $f'(-2) = \frac{1}{6}$

c) $f'(6) = \frac{1}{2}$ d) $f'(3) = \frac{1}{2}$

Question 12 L'équation de la tangente à la courbe au point d'abscisse 6 est :

a) y = $\frac{1}{2}x-2$ b) y = $\frac{1}{2}(x-3)+1$

c) y = $\frac{1}{2}(x-6)+2$ d) y = $21x+3$

Partie B (14 points)

Exercice 1 (5 points)

Un organisme de centres de vacances propose à ses clients deux types de destinations : en France ou à l'étranger.

Pour chaque destination, le client a le choix entre deux types d'hébergement : le camping ou l'hôtel. L'organisme fait une analyse statistique de ses fiches clients et constate que 60 % de ses clients optent pour les centres à l'étranger et parmi ceux-ci, 80 % choisissent un hôtel. En outre, 70 % des clients choisissant un centre en France, se rendent dans un camping.

On prélève une fiche client au hasard. Chaque fiche a la même probabilité d'être choisie.
On considère les évènements suivants :

- E : La fiche prélevée est celle d'un client ayant choisi un centre de vacances à l'étranger.
- H : La fiche prélevée est celle d'un client ayant choisi un hôtel.
-

Les résultats seront données sous forme décimale

1. a) Donner P(E), $P_{\overline{E}}(\overline{H})$ et $P_E(H)$
   b) Construire l'arbre de probabilité traduisant la situation

2) a) Quelle est la probabilité que la fiche prélevée soit celle d'un client ayant choisi l'hotel et un centre de vacances en France
   b) Montrer que la probabilité que la fiche prélevée soit celle d'un client ayant choisi un hôtel est de 0,6

3) Calculer la probabilité que la fiche prélevée soit celle d'un client ayant choisi un centre de vacances en France sachant que ce dernier réside en hôtel.

4) **Un peu de recherche** Un directeur de camping aimerait avoir une fréquentation à l'équilibre entre camping et hotel c'est à dire une fréquentation du camping à 50 %. Quelle devrait être le pourcentage de client choisissant un séjour à l'étranger pour atteindre cet objectif ?

Exercice 2 (9 points)

Partie A

Soit f une fonction polynôme du second degré définie pour tout réel x par f(x) = $-2x(x+1)+x+3$
On note C_f sa courbe représentative dans un repère

1) Déterminer les différentes formes de la fonction f :
   a) forme développée
   b) forme factorisée
   c) forme canonique

2) En choisissant la forme la plus adaptée, déterminer :

a) les coordonnées des points d'intersection de C_f avec l'axe des abscisses

b) les coordonnées des points d'intersection de C_f avec l'axe des ordonnées

3) On considère la droite D d'équation g(x) = $2x+1$

Déterminer les coordonnées des points d'intersection de la courbe C_f et de la droite D

4) Résoudre l'équation $-2x^4-x^2+3=0$ on pourra poser X = x^2

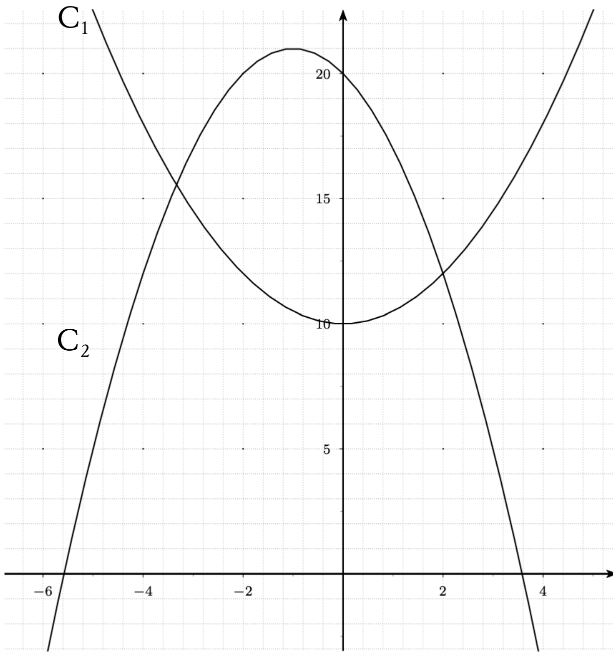
Partie B On donne ci-dessous les courbes représentatives de deux fonctions f et g définies par :

$$f(x) = \frac{1}{2}x^2+10 \qquad \text{et} \qquad g(x) = -x^2-2x+20$$

1) Identifier les deux courbes (*on justifiera la réponse*)

2) Une chaine de magasin de décoration vend un tissu d'ameublement
x est le prix de vente en mètre, en dizaine d'euros, et $0,3 \leq x \leq 3,5$
L'offre en dizaine de mètres, est donnée par la fonction f et la demande, en dizaine de mètres est donnée par la fonction g

Déterminer le prix d'équilibre c'est à dire le prix lorsque l'offre est égale à la demande



Exercice 3

La calculatrice est autorisée pour cet exercice après avoir rendu votre première copie

Partie A

Soit g le polynôme du second degré défini par g(t) = $-0{,}03t^2+0{,}54t-0{,}43$

1) Mettre g sous forme canonique et en déduire les entiers a et b tels que g(x) = $-0{,}03(x-a)^2+b$

On prendra a = 9 et b = 2 dans la suite de l'exercice

2) On admet que $g\left(9+\frac{10}{3}\sqrt{6}\right)=0$. Démontrer que g admet une seule autre racine qui vaut environ 0,835 et dont on donnera une valeur exacte .

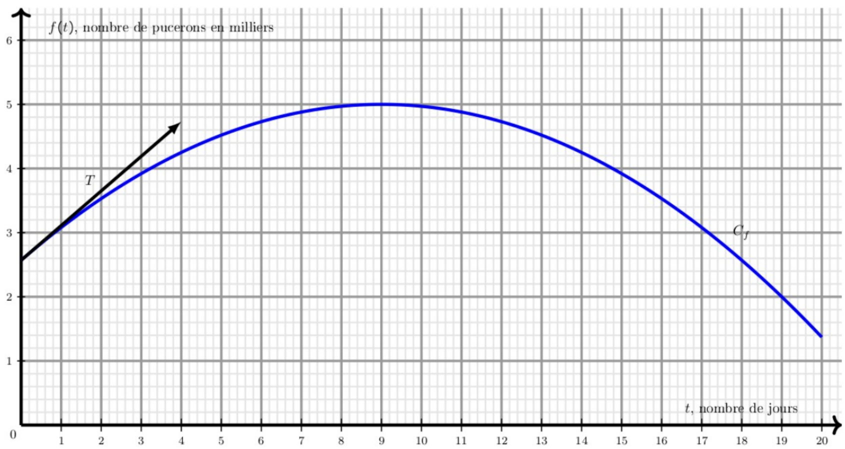
3) Calculer $g'(1)$

Partie B Des pucerons envahissent une roseraie.
On introduit alors des coccinelles, prédatrices des pucerons, à l'instant t = 0, et on s'intéresse à l'évolution du nombre de pucerons à partir de cet instant et sur une période de 20 jours.

Dans le repère ci-contre, on a tracé :

→ La courbe C représentant le nombre de milliers de pucerons en fonction du nombre de jours écoulés depuis l'introduction des coccinelles.

→ La tangente T à la courbe C au point d'abscisse 0 passe par les points $A(0;2{,}57)$ et $B(4;4{,}73)$.



1) Déterminer par lecture graphique le nombre de pucerons à l'instant où l'on introduit les coccinelles puis le nombre maximal de pucerons sur la période de 20 jours.

2) On assimile la vitesse de prolifération des pucerons à l'instant t au nombre dérivé $f'(t)$

a) Déterminer graphiquement la vitesse de prolifération des pucerons à l'instant t = 0.

b) Déterminer une équation de la tangente en 0 à C_f

Partie C

On modélise l'évolution du nombre de pucerons par la fonction f définie, pour tout t appartenant à l'intervalle $[0;20]$ par : f(t) = $-0{,}03t^2+0{,}54t+2{,}57$
où t représente le nombre de jours écoulés depuis l'introduction des coccinelles et f(t) le nombre de pucerons **en milliers**.
On souhaite savoir pendant combien de temps il y aura plus de trois mille pucerons

1) Justifier qu'il y aura plus de trois mille pucerons si t vérifie : $-0{,}03t^2+0{,}54t-0{,}43>0$.

Dans la suite nous nous intéresserons à la fonction g définie, pour tout t appartenant à l'intervalle $[0;20]$ par g(t) = $-0{,}03t^2+0{,}54t-0{,}43$

2) En utilisant les résultats de la partie A, démontrer qu'il y aura plus de trois mille pucerons si t vérifie $(t-9)^2<\frac{200}{3}$

3) On décide d'utiliser le tableur pour déterminer la valeur de t répondant au problème posé.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1	t	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9
2	A	81	79,21	77,44							

a) Quelle formule tableur a été rentrée en cellule B2 puis recopier vers la droite afin de compléter le tableau ?

b) Recopier et compléter ce tableau . On donnera des valeurs approchées au centième

c) Quelle valeur, solution du problème, obtient-on d'après ce tableau ?

d) Le graphique précédent laisse penser à une deuxième valeur dans l'intervalle [17;18]
En donner une valeur exacte