DS dérivation premiere S

Le mercredi 12 mars 45^2

Exercice 1 Calculer la dérivée des fonctions suivantes

a) f(x) = $(3x^2+2)(x^3-4)$

forme $u \times v$ donc

$f'(x) = 6x(x^3-4)+(3x^2+2)\times 3x^2$

$f'(x) = 15x^4+6x^2-24x$

b) f(x) = $5x^4-3x^3+2x^2-7x+1$

$f'(x) = 20x^3-9x^2+4x-7$

c) f(x) = $\frac{1}{x}+\sqrt{x}$

$f'(x) = -\frac{1}{x^2}+\frac{1}{2\sqrt{x}}$

$f'(x) = \frac{-2\sqrt{x}+x^2}{2x^2\sqrt{x}}$

d) f(x) = $\sqrt{x}(x^2+1)$

$f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}\times(x^2+1)+\sqrt{x}\times 2x$

$f'(x) = \frac{x^2+1+2\sqrt{x}\times\sqrt{x}\times 2x}{2\sqrt{x}}$

$f'(x) = \frac{5x^2+1}{2\sqrt{x}}$

Exercice 2

Soit f la fonction définie par f(x) = $2x^3-9x^2+12x-3$

1) Déterminer $f'(x) = 6x^2-18x+12$

2) Etudier les variations de f et dresser son tableau de variation

on étudie le signe de f' poly du second degré donc

Δ = 36 > 0 deux racines x_1 = … = 1 et x_2 = … = 2

d'où

x	$-\infty$		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-	0	+	
$f(x)$		↗	2	↘	1	↗	

3) Déterminer une équation de la tangente à la courbe représentative de f en x = 2

y = $f'(2)(x-2)+f(2)$ avec $f'(2)$ = 0 et f(2) = 1 donc

y = 1

4) Existe-t-il des tangentes à la courbe représentative de f parallèle à la droite d'équation y= $12x-\pi$?

si oui elles ont le même coef directeur c'est à dire $f'(x)$ = 12

$$6x^2-18x+12=12$$

$$6x^2-18x=0$$

$$6x(x-3)=0$$

x = 0 et x = 3

Il y a donc deux tangentes parallèles à la droite les tangentes en 0 et 3

<u>Exercice 3</u> Soit f(x) $= \dfrac{x^2-4x+7}{x-1}$.

a) Calculer $f'(x)$

$$f'(x) = \frac{(2x-4)(x-1)-(x^2-4x+7)\times 1}{(x-1)^2} = \frac{2x^2-2x-4x+4-x^2+4x-7}{(x-1)^2} = \frac{x^2-2x-3}{(x-1)^2}$$

b) Etudier les variations de f et dresser son tableau de variation

Pour tout x $\in$ D_f = $\mathbb{R}/\{1\}$, on a $(x-1)^2$ qui est positif donc le signe de f' est celui de x^2-2x-3

Δ = 16 > 0 donc deux racines x_1 = –1 et x_2 = 3 d'où

x	$-\infty$		-1		1		3		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	–	||	–	0	+	
$f(x)$		↗	-6	↘	||	↘	2	↗	

c) La courbe représentative de f admet-elle des tangentes horizontales ?

Tangente horizontale pour f'(x) = 0 donc deux tangentes horizontales en x = –1 et x = 3