



Vendredi 24 janvier 2014 2 heures

<p>Exercice 1 :</p> <p>On considère l'algorithme écrit en langage python ci-contre :</p>	<pre>def seuil() : N=0 U=20 while U ≤ 100 : N = N+1 U = 2U - 5 print(N)</pre>
---	---

- 1) Cet algorithme utilise une suite définie par une relation de récurrence . Laquelle ?
- 2) Que fait cet algorithme ?
- 3) Quelle valeur de N va afficher cet algorithme ?

Exercice 2 : Soit (v_n) la suite définie par $v_n = n + \frac{1}{2n-1}$ pour tout $n \geq 1$

Démontrer que $v_{n+1} - v_n = \frac{4n^2 - 3}{4n^2 - 1}$ et en déduire le sens de variation de la suite

Exercice 3 : On définit la suite (u_n) par

$$\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = \frac{5u_n}{2u_n + 5} \end{cases}$$

- 1) Calculer les valeurs exactes de u_1 , u_2 , u_3
- 2) a) Programmer cette suite sur votre calculatrice et émettre deux conjectures : une sur le sens de variation de la suite et l'autre sur la limite de la suite
b) Traduire mathématiquement ces deux conjectures .
- 3) On admet que (u_n) est une suite dont tous les termes sont positifs.
 - a) Démontrer que pour tout entier n , $u_{n+1} - u_n = \frac{-2u_n^2}{2u_n + 5}$
 - b) Démontrer alors votre première conjecture
- 4) On considère la suite (v_n) définie par $v_n = \frac{1}{u_n}$
 - a) Donner les quatre premiers termes de la suite (v_n)
 - b) Conjecturer alors une relation entre les termes v_{n+1} et v_n de la suite (v_n)
 - c) Conjecturer alors la forme explicite de la suite (v_n) et en déduire que $u_n = \frac{5}{5+2n}$
- 5) Ecrire un algorithme permettant de calculer le terme de rang n de la suite (u_n)