DS Première B

Le mercredi 11 décembre 2024

Une large part de la note sera attribuée à la qualité de la rédaction

Exercice 1

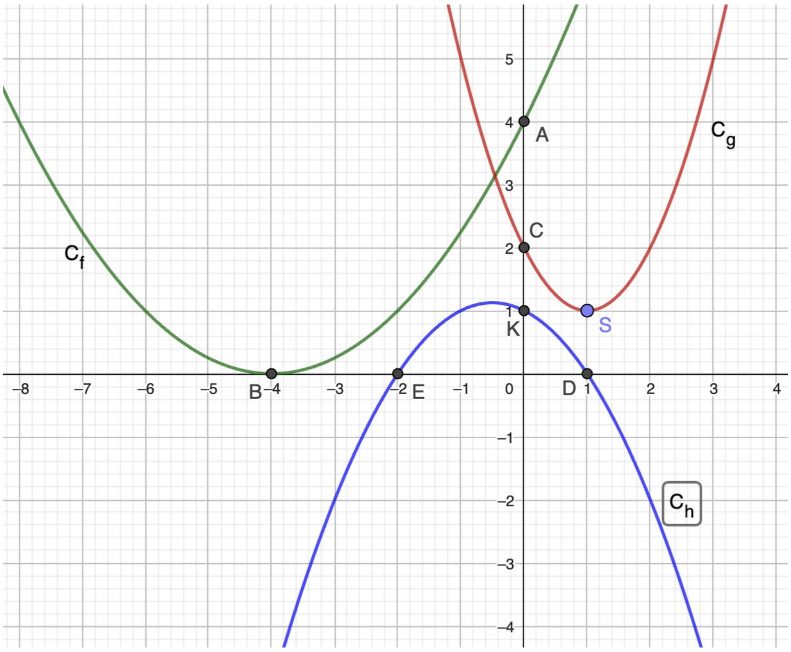
1) Soit f la fonction définie sur ℝ par f(x) = ax^2+bx+c .
f admet pour extremum 2 atteint en -1. De plus f s'annule en 1 .
Déterminer la forme canonique de f

Le sommet a pour coordonnées (-1 ; 2) donc f(x) = $a(x+1)^2+2$

f(1) = 0 donc $a(1+1)^2+2=0$ d'où a = $-\frac{2}{4}$ = $-\frac{1}{2}$

$$f(x)=-0{,}5(x+1)^2+2$$

2) Ci-dessous, trois fonctions polynômes du second degré ont été représentées : f , g et h .
Pour chaque fonction, déterminer sa forme **développée**. (on justifiera les réponses)



- C_f a pour sommet S(-4;0) donc f(x) = $a(x+4)^2+0$

De plus f(0)=4 donne $a(0+4)^2=4$

d'où a = $\frac{1}{4}$

f(x) = $\frac{1}{4}(x+4)^2$ = $\frac{1}{4}(x^2+8x+16)$

= $1/4x^2+2x+4$

- C_g a pour sommet S(1;1) d'où

g(x) = $a(x-1)^2+1$

g(0) = 2 donne $a(2-1)^2+1=2$ d'où

a = 1

donc g(x) = $(x-1)^2+1$ = x^2-2x+2

- h s'annule en -2 et 1 d'où h(x) = $a(x-1)(x+2)$

h(0) = 1 donc $a(0-1)(0+2)$ = 1 d'où a = $-\frac{1}{2}$

h(x) = $-\frac{1}{2}(x-1)(x+2)$ = $\frac{-1}{2}(x^2+2x-x-2)$ = $\frac{-1}{2}x^2-\frac{1}{2}x+1$

3) Soit f(x) = $x^2-4x+10$

a) Résoudre l'équation f(x) = 22 .

$x^2-4x+10=22$

$x^2-4x-12=0$

Δ = 64 donc x_1 = -2 et x_2 = 6

b) **En déduire** l'abscisse x_0 puis l'ordonnée y_0 du sommet de la parabole

L'abscisse du sommet de la parabole est donc $\frac{x_1+x_2}{2}$ = 2 et l'ordonnée f(2) = ... = 6

4) Soit f une fonction polynôme du second degré telle que le maximum de la fonction f soit égal à 0

Parmi les propositions suivantes, quelles sont celles qui sont exactes ? (inutile de justifier)

a) a > 0 et $\Delta < 0$ FAUX

b) a < 0 et $\Delta = 0$ VRAI

c) a < 0 et $\Delta < 0$ FAUX

d) La courbe représentative de la fonction f coupe l'axe des abscisses en deux points FAUX

e) L'équation f(x) = 0 admet une seule solution VRAI

5) **Position relative**

Soit f(x) = $3x^2-5x-20$ et g(x) = $x^2-3x-2{,}5$

a) Déterminer les coordonnées des points d'intersection de ces deux paraboles

$3x^2-5x-20 = x^2-3x-2{,}5$

$2x^2-2x-17{,}5 = 0$

$\Delta = 144$ $x_1 = -\frac{5}{2}$ et $x_2 = \frac{7}{2}$

on calcule alors l'ordonnée avec f ou g : $f\left(-\frac{5}{2}\right) = 11{,}25$ et $f\left(\frac{7}{2}\right) = -0{,}75$

b) Etudier le signe de f(x) – g(x) selon les valeurs de x

$f(x)-g(x) = 2x^2-2x-17{,}5$

le polynôme est du signe de a sauf entre ses racines donc

x	-∞		-5/2		7/2		+∞
f(x)-g(x)		+	0	-	0	+	

c) En déduire la position relative des deux paraboles

D'après le tableau précédent,

- f(x) – g(x) est positif c'est à dire f(x) ≥ g(x) pour x ∈ $]-\infty;-\frac{5}{2}]\cup\left[\frac{7}{2};+\infty\right[$ donc

  C_f est au dessus de C_g sur $]-\infty;-\frac{5}{2}]\cup\left[\frac{7}{2};+\infty\right[$

- f(x) – g(x) est négatif c'est à dire f(x) ≤ g(x) pour x ∈ $\left[-\frac{5}{2};\frac{7}{2}\right]$ donc C_f est en dessoous de

  C_g sur $\left[-\frac{5}{2};\frac{7}{2}\right]$

6) **Inéquations**

Résoudre dans IR les inéquations

a) $-6x^2-x+2\leq 0$ $\Delta = 49$ racines $\frac{1}{2}$ et $-\frac{2}{3}$

x	-∞		-2/3		1/2		+∞
$-6x^2-x+2$		-	0	+	0	-	

S = $\left]-\infty;-\frac{2}{3}\right]\cup\left[\frac{1}{2};+\infty\right[$

b) $\dfrac{x^2-2x}{x-1}>0$

$\dfrac{x(x-2)}{x-1}>0$

x	$-\infty$		0		1		2		$+\infty$
x		-	0	+	⋮	+	⋮	+	
$x-2$		-	⋮	-	⋮	-	0	+	
$x-1$		-	⋮	-	0	+	⋮	+	
Q		-	0	+	‖	-	0	+	

S = $]0;1[\cup]2;+\infty[$

c) $(3x-1)(2x^2+3x-5)>0$

$2x^2+3x-5$

Δ = 49 racines 1 et $-\dfrac{5}{2}$

x	$-\infty$		$-\dfrac{5}{2}$		$\dfrac{1}{3}$		1		$+\infty$
$3x-1$		-	⋮	-	0	+	⋮	+	
$2x^2+3x$		+	0	-	⋮	-	0	+	
P roduit		-	0	+	0	-	0	+	

S = $]-\dfrac{5}{2};\dfrac{1}{3}[\cup]1;+\infty[$

7) Soit f(x) = $0{,}1(x-10)^2+3$

Dresser le tableau de variation de la fonction f

Le sommet a pour coordonnées S (10 ; 3) et a = 0,1 > 0 donc branches vers le haut d'où

x	$-\infty$	10	$+\infty$
$f(x)$	↘	3	↗

8) Un joueur de volley ball fait une passe à un coéquipier .

La hauteur du ballon h(t) (en mètres) en fonction du temps t (en secondes) est donnée par :

$$h(t) = -0{,}625t^2+2t+2$$

a) Déterminer la forme canonique de h

$-\dfrac{b}{2a} = \dfrac{-2}{2\times(-0{,}625)}$ = 1,6 et h(1,6) = 3,6 donc $S(1{,}6;3{,}6)$ donc h(t) = $-0{,}625(t-1{,}6)^2+3{,}6$

b) Déterminer la forme factorisée de h

Δ = 9 racines 4 et $-0{,}8$ d'où h(t) = $-0{,}625(t-4)(t+0{,}8)$

c) Choisir la forme la plus adéquate pour répondre à chacune des questions suivantes :

i) Quelle est la hauteur du ballon lorsque le joueur commence sa passe ?

La forme développée h(0) = 2

ii) Quelle hauteur maximale atteint-il ?

La forme canonique avec l'ordonnée du sommet : h max = 3,6

iii) Le coéquipier rate sa reprise et ne touche pas le ballon.

Au bout de combien de temps le ballon touche le sol ?

La forme factorisée c'est la racine 4

9) Soit (E_m) l'équation : $2x^2+(2m+2)x+m^2-1=0$ où m est un réel

a) Résoudre E_0 et E_1

E_0 : $2x^2+2x-1=0$ Δ = 12 donc racines $\frac{-2\pm\sqrt{12}}{4}=\frac{-1\pm\sqrt{3}}{2}$

E_1 : $2x^2+4x=0$ $2x(x+2)=0$ racines 0 et -2

b) Déterminer, selon les valeurs de m, le nombre de solution de l'équation .

(on ne demande pas le calcul des solutions)

$$2x^2+(2m+2)x+m^2-1=0$$
$$\Delta = (2m+2)^2-4\times2\times(m^2-1)$$
$$\Delta = 4m^2+8m+4-8m^2+8$$
$$\Delta = -4m^2+8m+12$$

On calcule alors le delta du delta pour déterminer son signe :

Δ' = 256 donc deux racines -1 et 3

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
Δ'		-	0	+	0	-	
Nbre de sol de E_m		aucune	une	deux	une	aucune	

DS Première B

Le mercredi 11 décembre 2024

Une large part de la note sera attribuée à la qualité de la rédaction

<u>Exercice 1</u>

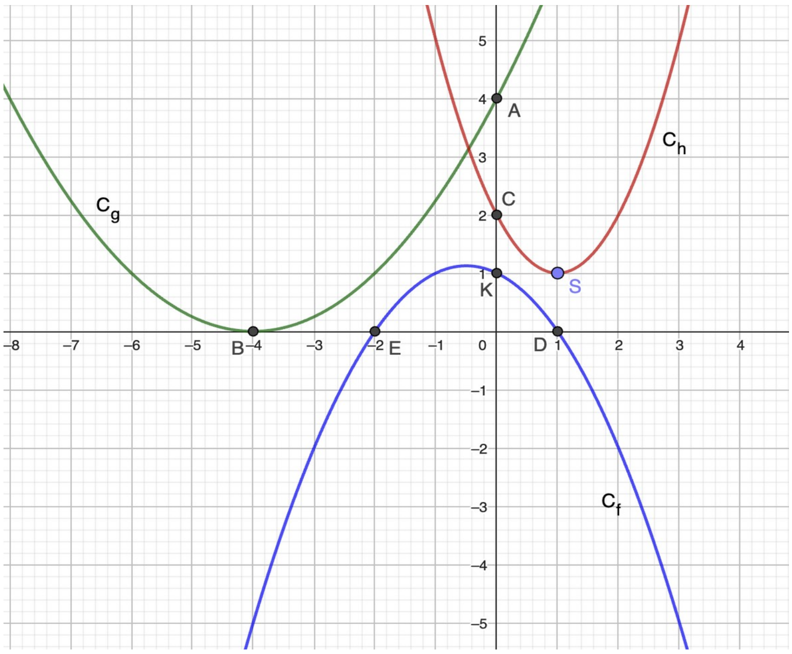
1) Soit f(x) = $x^2 - 4x + 10$

a) Résoudre l'équation f(x) = 22 .

b) En déduire l'abscisse x_0 puis l'ordonnée y_0 du sommet de la parabole

2) Ci-dessous, trois fonctions polynômes du second degré ont été représentées : f , g et h .

Pour chaque fonction, déterminer sa forme développée. (on justifiera les réponses)



3) Soit f la fonction définie sur ℝ par f(x) = $ax^2 + bx + c$.

f admet pour extremum 2 atteint en –1. De plus f s'annule en 1 .

Déterminer la forme canonique de f

4) Soit f une fonction polynôme du second degré telle que le maximum de la fonction f soit égal à 0

Parmi les propositions suivantes, quelles sont celles qui sont exactes ? (inutile de justifier)

a) a < 0 et Δ = 0

b) a > 0 et Δ < 0

c) a < 0 et Δ < 0

d) L'équation f(x) = 0 admet une seule solution

e) La courbe représentative de la fonction f coupe l'axe des abscisses en deux points

5) **Position relative**

Soit f(x) = $3x^2-5x-20$ et g(x) = $x^2-3x-2{,}5$

a) Déterminer les coordonnées des points d'intersection de ces deux paraboles

b) Etudier le signe de f(x) – g(x) selon les valeurs de x

c) En déduire la position relative des deux paraboles

6) **Inéquations**

Résoudre dans IR les inéquations

a) $-6x^2-x+2\leq 0$ b) $\dfrac{x^2-2x}{x-1}>0$ c) $(3x-1)(2x^2+3x-5)>0$

7) Soit f(x) = $-2(x-4)^2+5$

Dresser le tableau de variation de la fonction f

8) Un joueur de volley ball fait une passe à un coéquipier .

La hauteur du ballon h(t) (en mètres) en fonction du temps t (en secondes) est donnée par :

$$h(t) = -0{,}625t^2+2t+2$$

a) Déterminer la forme canonique de h

b) Déterminer la forme factorisée de h

c) Choisir la forme la plus adéquate pour répondre à chacune des questions suivantes :

i) Quelle est la hauteur du ballon lorsque le joueur commence sa passe ?

ii) Quelle hauteur maximale atteint-il ?

iii) Le coéquipier rate sa reprise et ne touche pas le ballon.

Au bout de combien de temps le ballon touche le sol ?

9) Soit (E_m) l'équation : $2x^2+(2m+2)x+m^2-1=0$ où m est un réel

a) Résoudre E_0 et E_1

b) Déterminer, selon les valeurs de m, le nombre de solution de l'équation .

(on ne demande pas le calcul des solutions)