**122 Vrai ou faux ?** Compétence Raisonner

Pour chacune des affirmations suivantes, préciser si elle est vraie ou fausse en justifiant la réponse.

Soit $f$ la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x)=ax^2+bx+c\text{, avec } a\neq 0$$

**1.** Si $f$ admet pour racines $-3$ et $2$, alors, pour tout réel $x$, $f(x)=(x+3)(x-2)$.

**2.** Si $a+b+c=0$ et si $a-b+c=0$, alors, pour tout réel $x$, $f(x)=a(x^2-1)$.

**3.** Si $c=0$, alors 0 est une racine de $f$.

**4.** Si $f$ admet deux racines opposées, alors $b=0$.

**5.** Si $b^2-4ac\leqslant 0$, alors $f$ peut se factoriser.

1) Faux Si on prend f(x) = 2(x+3)(x-2) alors f a pour racines –3 et 2

2) VRAIE f(1) = a + b + c et f(-1) = a – b + c donc

a+b+c=0 et a-b+c=0 alors 1 et –1 sont des racines de f d'où f peut s'écrire

$$a(x-1)(x+1) = a(x^2-1)$$

3) Si c = 0 on a alors $f(x)=ax^2+bx$ = x(ax+b) d'où 0 est une racine de f

4) Soit $x_1$ et $x_2$ les racines d'un polynome tel que $x_2 = -x_1$ .

On a alors f(x) = $a(x-x_1)(x+x_1) = a(x^2-x_1^2) = ax^2+0x-ax_1^2$ d'où b = 0

5) Faux un polynôme de delta < 0 ne peut pas se factoriser

**142** LOGIQUE On considère l'équation $ax^2+bx+c=0$, où $a$, $b$ et $c$ sont des nombres réels avec $a\neq 0$.

**1.** Montrer que si $ac<0$, l'équation admet alors deux solutions.

La réciproque est-elle vraie ? Justifier.

**2.** Que peut-on dire des signes des solutions dans le cas où $ac<0$ ?

**3.** Sans calculer le discriminant, justifier que les équations suivantes admettent deux solutions dont on précisera les signes.

**a.** $-2{,}7x^2+3{,}1x+0{,}78=0$

**b.** $x^2-2637x-5{,}8=0$

1) $\Delta = b^2-4ac$

- Si ac est strictement négatif alors $-ac$ est strictement positif d'où $b^2+(-4ac)$ est la somme de deux positifs dont l'un est non nul d'où $\Delta$ > 0 et l'équation admet deux solutions
- La réciproque est : Si l'équation admet deux solutions alors $ac<0$

  Faux : contre exemple : $x^2+3x+2$ = 0 est une équation qui admet pour solutions –1 et –2 donc il y a deux solutions pourtant ac = $1\times 2$ = 2 > 0

2) d'après la question 1) comme ac < 0 l'équation admet deux solutions dont le produit vaut $\frac{c}{a}$ . Or si ac < 0 cela signifie que a et c sont de signes contraire d'où $\frac{c}{a}$ est négatif . Ainsi, $x_1\times x_2$ est négatif d'où les deux solutions sont de signes contraires

3) a) ac = $-2{,}7\times 0{,}78$ négatifs dont deux solutions de signe contraire

b) ac = $1\times -5{,}8$ négatifs dont deux solutions de signe contraire