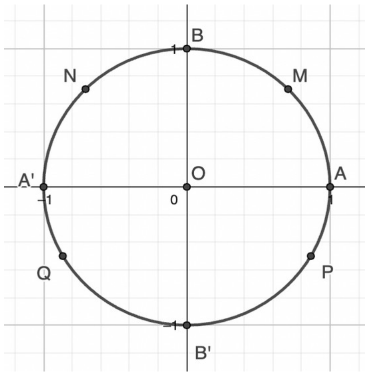
Devoir première B Spécialité math 2 heures Le lundi 27 janvier 45^2
Calculatrice en mode examen ou pas 1 calculatrice par élève

Exercice QCM

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples . Pour chaque affirmation , une seule des quatre réponses est correcte . Indiquer sur la copie le numéro de la question et la lettre de laréponse choisie . Aucune justification n'est demandée



Affirmation 1 Sur le cercle trigonométrique ci-contre, quel est le point qui correspond à un angle de $\frac{9\pi}{4}$

a) M b) N c) P d) A'

Affirmation 2 Sur le cercle trigonométrique ci-contre, à quel angle remarquable correspond le point Q ?

a) $\frac{9\pi}{6}$ b) $\frac{11\pi}{6}$ c) $-\frac{5\pi}{6}$ d) $\frac{4\pi}{6}$

Affirmation 3 Soit x ∈ $[0;\pi]$. L'équation $\cos(x) = -0{,}5$ a pour solution :

a) $\frac{9\pi}{6}$ b) $\frac{11\pi}{6}$ c) $-\frac{5\pi}{6}$ d) $\frac{4\pi}{6}$

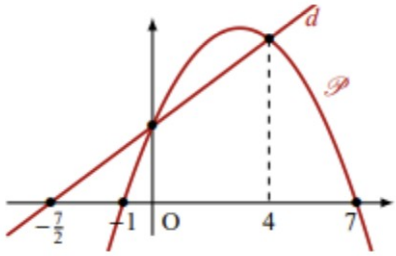
Affirmation 4 Soit x ∈ $\left[\frac{\pi}{2};\frac{3\pi}{2}\right]$. Sachant que $\sin(x) = \frac{12}{13}$, on a :

a) cos(x) = 0,923 b) cos(x) = $-0{,}923$ c) cos(x) = $\frac{5}{13}$ d) cos(x) = $-\frac{5}{13}$

Pour les affirmations 5 et 6 on a représenté :

- **la droite d : y : mx+p**
- **et la parabole P : y =** ax^2+bx+c

Soit f la fonction définie par f(x) = $\frac{mx+p}{ax^2+bx+c}$



Affirmation 5

La fonction f est définie sur :

a) ℝ b) ℝ −{4} c) ℝ −{−1;7} d) $[-1;7]$

Affirmation 6

L'équation f(x) = 1 a pour ensemble solution

a) S = $\{-\frac{7}{2}\}$ b) S = $\{0\}$ c) S = [−1;7] d) S = $\{0;4\}$

Exercice 2

1) a) Dresser un tableau de signe de l'expression : A = $(x-1)(3x^2-2x-1)$

b) En déduire les solutions de l'inéquation A > 0

2) On considère la fonction f définie sur ℝ par f(x) = $3x^3-5x^2+2$

On admet que la dérivée de la fonction f est donnée par $f'(x) = 9x^2-10x$

a) Montrer que la tangente (T) à la courbe représentative de f au point d'abscisse 1 a pour équation y = $-x+1$

b) Montrer que pour tout réel x, on a : $3x^3-5x^2+x+1 = (x-1)(3x^2-2x-1)$

c) Déduire, de ce qui précède, la position relative de la courbe de C_f et de la tangente T

Exercice 3

On considère les suites (u_n) , (v_n) et (w_n) définie pour tout entier naturel n par :

$$u_n = 1-3n \quad , \quad \begin{cases} v_0 = \dfrac{4}{9} \\ v_{n+1} = \dfrac{3v_n}{2} \end{cases} \quad , \quad w_n = \frac{n^2}{2^n}$$

1) Compléter, sur le sujet, le tableau suivant :

n	0	1	2	3	4	Conjecturer la limite de la suite
u_n						
v_n						
w_n						

2) Démontrer que la suite (u_n) est strictement décroissante

3) On admet que (v_n) est une suite de terme strictement positive.

Démontrer que la suite (v_n) est strictement croissante

4) On veut démontrer que la suite (w_n) est décroissante à partir du rang 3

a) Etudier le signe de f(x) = $-x^2+2x+1$

b) Montrer que pour tout entier naturel n , on a : $w_{n+1}-w_n = \dfrac{-n^2+2n+1}{2^{n+1}}$

c) En déduire que si n ≥ 3 , alors $w_{n+1} \leq w_n$ et conclure

Exercice 4

Dans un repère orthonormé $(O;I,J)$, C est le cercle trigonométrique de centre O.

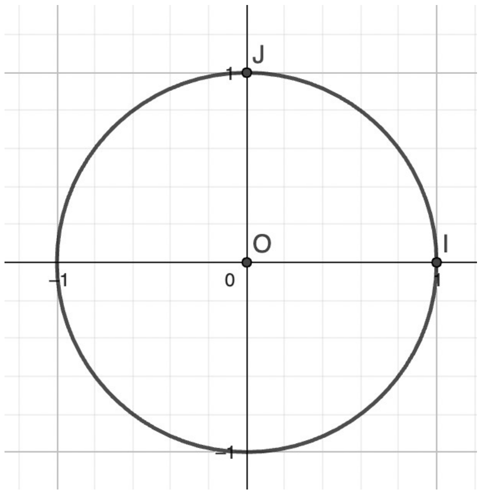
1) On considère l'algorithme suivant :

```
def angle(x) :
    if x > π :
        while x > π :
            x = x - 2π
    print(x)
```

a) Quelle est la valeur affichée par l'algorithme pour x = $\frac{19\pi}{3}$?

Quel est le rôle de cet algorithme ?

b) Créer un autre algorithme pouvant traiter le cas négatif



2) K et L sont les points du cercle associés aux réels $\frac{25\pi}{4}$ et $-\frac{11\pi}{6}$

a) Déterminer la mesure principale des angles $(\overrightarrow{OI};\overrightarrow{OL})$ et $(\overrightarrow{OI};\overrightarrow{OK})$ puis placer L et K sur le cercle ci-contre

b) Déterminer le mesure de l'angle $(\overrightarrow{OL};\overrightarrow{OK})$

3) **Question recherche** Sachant que quel que soit le reel x, $\cos(2x)=2\cos^2(x)-1$, déterminer la valeur exacte de $\sin\left(\frac{\pi}{12}\right)$