Mini bac mathématiques
Première A/C

Jeudi 7 novembre 2024

2 heures

Calculatrice en mode examen

Exercice 1 Soit m un nombre réel . On considère l'équation (E_m) définie par :

$$(E_m) \quad : \quad (m-3)x^2+(m+2)x+m+5=0$$

1) a) Pour quelle valeur de m l'équation (E_m) n'est-elle pas du second degré ?
   b) La résoudre dans un tel cas

2) a) Pour quelle valeur de m l'équation (E_m) admet-elle x = 0 comme solution ?
   b) La résoudre dans un tel cas .

3) a) Déterminer l'ensemble D des réels m pour lequels l'équation (E_m) admet exactement une solution
   b) Déterminer pour tout m de D cette solution unique

Exercice 2 On considère le trinome du second degré P défini sur ℝ par P(x) = $4x^2-(\sqrt{6}+4\sqrt{3})x+3\sqrt{2}$

1) Montrer que P admet pour racine x = $\frac{\sqrt{6}}{4}$
2) Trouver alors l'autre racine **sans calculer le discriminant** (en valeur exacte)

Exercice 3 On considère la fonction P définie sur ℝ par : P(x) = $(x^2+1)^2-(4x+2)^2$

1) Montrer que P est une fonction polynôme dont on précisera le degré
2) Montrer que P(x) = $(x^2-4x-1)(x^2+4x+3)$
3) Résoudre alors l'équation P(x) = 0

Exercice 4 On considère la fonction polynôme f définie sur ℝ par f(x) = $4x^3+4x^2-9x+1$

1) A l'aide de la calculatrice, trouver une racine évidente de f
2) Déterminer les réels a , b et c tels que : f(x) = $(x-1)(ax^2+bx+c)$
3) En déduire les solutions de l'équation f(x) = 0

Exercice 5 Dans une population, la probabilité de naissance d'un garçon est 0,52.
On sait d'autre part que 2 % des filles et 1 % des garçons présentent à la naissance une luxation congénitale de la hanche. On considère les événements suivants :

- G : « le nouveau-né est une garçon »
- F : « le nouveau-né est une fille »
- L : « le nouveau-né souffre d'une luxation de la hanche »

Dans chaque question, on demande de retrouver l'unique proposition correcte sans justifier

1) D'après l'énoncé, la probabilité égale à 0,01 est :

□ $P_G(L)$ □ $P_L(G)$ □ $P(G \cap L)$

2) La probabilité de l'événement $F \cap L$ est :

□ 0,0048 □ 0,0096 □ 0,0104

3) La probabilité de l'événement L est :

□ 0,0148 □ 0,03 □ 0,5244

4) Les événements F et L sont

□ indépendants mais non incompatibles
□ incompatibles mais non indépendants
□ ni indépendants , ni incompatibles

Exercice 6 Dans la ville de New York, une nouvelle forme de grippe a fait son apparition.
Dans un premier temps, les autorités décident de lancer une étude et de faire effectuer un test de dépistage aux habitants afin d'identifier les malades. C'est l'objet de **la partie A**
Dans un second temps, les autorités mettent en place des mesures sanitaires afin de soigner les malades à l'aide d'un vaccin. C'est l'objet de **la partie B**

Ces deux parties sont indépendantes

Partie A : Mise en place de tests de dépistage
On étudie l'efficacité d'un test de dépistage à cette nouvelle forme de grippe sur une population composée d'habitants de New York rencontrés au hasard.
On estime que 25 % de cette population est malade
Le test , effectué sur l'ensemble de la population, donne les résultats suivants :

- Si l'habitant est malade, le test est positif dans 98 % des cas
- Si l'habitant n'est pas malade, le test est négatif dans 96 % des cas.

On rencontre un habitant de New York au hasard
On considère les événements suivants :

M : « l'habitant rencontré est malade »
P : « le test est positif »

1) A partir des informations figurant dans l'énoncé, donner les probabilités p(M) , $p_M(P)$ et $P_{\overline{M}}(\overline{P})$
2) Contruire un arbre pondéré illustrant la situation
3) Déterminer la probabilité que l'habitant rencontré soit malade et que le test soit positif
4) Montrer que p(P) = 0,275 et interpréter ce résultat
5) Déterminer la probabilité que le test donne un bon diagnostique
6) Sachant que le test est négatif, déterminer la probabilité que l'habitant rencontré soit malade.

Partie B : Mise en place de mesures sanitaires

A la suite de l'apparition de cette nouvelle forme de grippe, les autorités prennent rapidement des mesures sanitaires et vaccinent les habitants de la ville .
On étudie ensuite l'efficacité de ce vaccin auprés de 2500 habitants de New York qui étaient malades et qui ont été vaccinés. Les résultats de cette étude sont donnés dans le tableau ci-dessous :

	Habitants de moins de 25 ans	Habitants entre 26 et 59 ans	Habitants de plus de 60 ans	Total
Habitants qui sont restés malades après l'injection du vaccin	141	186	153	480
Habitants qui ont été gueris après l'injection du vaccin	411	842	767	2020
Total	552	1028	920	2500

Dans cette partie, les résultats seront donnés sous forme décimale

On rencontre un habitant au hasard parmi les 2500 habitants de l'étude
Chacun d'entre eux a la même probabilité d'être rencontré.
On considère les événements suivants :

- G : « l'habitant rencontré a été guéri après l'injection du vaccin »
- A : « l'habitant rencontré a plus de 60 ans »

1) a) Déterminer la probabilité de l'événement G
   b) Déterminer la probabilité de l'événement A
2) Définir à l'aide d'une phrase l'événement $G \cap A$ puis déterminer sa probabilité
3) L'habitant a été guéri après l'injection du vaccin.
   Calculer la probabilité que cet habitant ait plus de 60 ans. On arrondira à 0,1 près

__Exercice BONUS__ *Toute trace de recherche sera valorisée.*

Raoul le dit lui-même :
« je ne triche que rarement, disons 5 % du temps, mais quand je triche je gagne à coup sûr ! »
Ce soir, il joue à un jeu de plateau avec quatre de ses amis et comme ils sont tous de même niveau, on estime qu'ils ont tous une probabilité de victoire de $\frac{1}{5}$, si Raoul ne triche pas....
Raoul gagne une partie, quelle est la probabilité qu'il ait triché ?