

Le Jeudi 16 novembre 2023 , durée 2 heures

## Sujet 1

Toute trace de recherche sera valorisée donc ne pas hésiter à proposer une réponse ou un début de réponse

**Exercice 1** Les questions de cet exercice sont indépendantes

5,5 points

*Aucune valeur approchée ne sera acceptée et les réponses seront justifiées*

1) Soit  $R(x) = 5x^2 - 30x + 40$

- Calculer les racines de R
- Déterminer la forme canonique de R
- Dresser le tableau de signe de R(x)

2) Henri a commencé l'écriture d'une fonction en langage python afin d'obtenir les variations d'une fonction polynôme du second degré définie par  $f(x) = ax^2 + bx + c$  avec  $a \neq 0$ . Il a écrit :

```
def variation(a,b,c) :  
    if (1) :  
        print("la fonction est (2) puis (3) ")  
    else :  
        (4)
```

- Par quoi faut-il remplacer (1), (2), (3) et (4) afin de répondre au problème d'Henri ?
- Qu'obtient-on en affichage si on entre dans la console variation(2,3,4)

3) Soit m un réel.

On cherche à déterminer les réels m pour lesquels l'équation  $(E_m) : (m-3)x^2 + (m+2)x + m + 5 = 0$  soit une équation du second degré qui admette exactement une solution

- Calculer, en fonction de m, le discriminant de cette équation .
- En déduire les valeurs de m qui répondent à la question
- Déterminer, pour les valeurs de m trouvées précédemment, cette solution unique

**Exercice 2**

5,5 points

**A) Question de cours :**

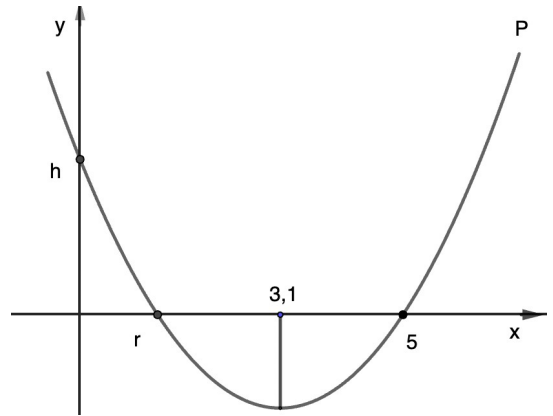
Soit f un polynôme du second degré  $f(x) = ax^2 + bx + c$ .

On sait que f admet deux racines distinctes  $x_1$  et  $x_2$ . Recopier et compléter :  $\begin{cases} x_1 + x_2 = \dots \\ x_1 \times x_2 = \dots \end{cases}$

B) On considère la courbe P suivante tracée dans un repère orthonormé

Cette courbe représente la fonction f définie pour tout réel x par  $f(x) = ax^2 + bx + c$  (où a, b et c sont des réels avec  $a \neq 0$ )

- 1) Quelle est la nature de la courbe P ?
- 2) Est-il exact que  $a < 0$  ?
- 3) Donner l'équation réduite de l'axe de symétrie de P.
- 4) Que vaut la somme des 2 racines de f ?
- 5) En déduire que  $r = 1,2$ .
- 6) On pose  $\Delta = b^2 - 4ac$ . Est-il exact que  $\Delta \leq 0$  ?
- 7) Que vaut le produit des 2 racines de f ?
- 8) On suppose que  $h = 2,4$ . Déterminer la valeur de c
- 9) En déduire les valeurs de a et b



**Exercice 3** Les questions de cet exercice sont indépendantes

6 points

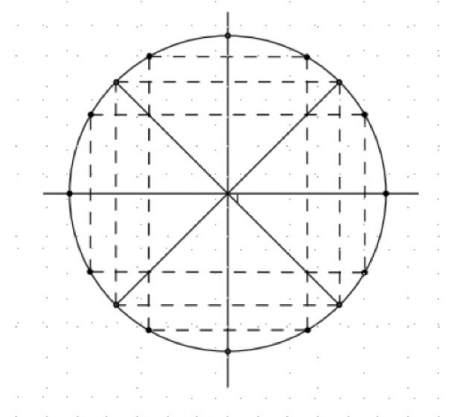
- 1) Parmi les nombres ci-dessous, un seul n'admet pas le même point image sur le cercle trigonométrique. Lequel et pourquoi ?

$$\frac{29\pi}{6} ; \frac{125\pi}{6} ; -\frac{31\pi}{6} ; -\frac{85\pi}{6}$$

- 2) Sur le cercle trigonométrique ci-joint, placer soigneusement les points suivants :

$$A\left(-\frac{4\pi}{3}\right) ; B\left(-\frac{13\pi}{2}\right) ; C\left(-\frac{5\pi}{6}\right)$$

$$D\left(-\frac{21\pi}{4}\right) ; E\left(\frac{29\pi}{6}\right) ; F(317\pi)$$



- 3) Compléter sur le sujet :

$$\cos\left(-\frac{4\pi}{3}\right) = \dots \qquad \sin\left(\frac{29\pi}{6}\right) = \dots$$

- 4) Soit  $x_1, x_2, x_3$  trois mesures principales telles que :

$$\begin{cases} \cos x_1 = \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \sin x_1 = -\frac{1}{2} \end{cases} \qquad \begin{cases} \cos x_2 = -\frac{\sqrt{2}}{2} \\ \sin x_2 = -\frac{\sqrt{2}}{2} \end{cases} \qquad \begin{cases} \cos x_3 = 0 \\ \sin x_3 < 0 \end{cases} \quad \text{Donner les valeurs de } x_1, x_2 \text{ et } x_3.$$

- 6) Démontrer que, pour tout réel x,  $(\cos x + \sin x)^2 + (\cos x - \sin x)^2 = 2$

- 7) Soit  $x \in [-\pi; 0]$ . Déterminer  $\sin x$  sachant que  $\cos x = \frac{1}{5}$

#### Exercice 4

3 points

On considère la fonction polynôme  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = 4x^3 + 4x^2 - 9x + 1$ .

On appelle  $P$  sa courbe représentative

##### 1) Etude des racines de $f(x)$

a) Déterminer les réels  $a$ ,  $b$  et  $c$  tels que  $f(x) = (x-1)(ax^2 + bx + c)$

b) Dans cette question, on prendra  $a = 4$ ,  $b = 8$ ,  $c = -1$

Déterminer les solutions de l'équation  $f(x) = 0$

##### 2) Etude d'une autre fonction

On considère la fonction  $g$  dont une représentation graphique est la parabole  $P'$  de sommet  $S\left(\frac{3}{4}; -\frac{1}{8}\right)$

passant par  $A(0; 1)$ .

a) Déterminer l'expression de  $g(x)$  en fonction de  $x$

b) Pour la suite on prendra  $g(x) = 2x^2 - 3x + 1$

Déterminer, par le calcul, les coordonnées des points d'intersection de  $P'$  avec l'axe des abscisses

**La question suivante est une question facultative, elle ne rentrera dans le barème qu'en bonus**

##### 3) Intersection des deux courbes

a) Ecrire comme produit des trois facteurs du premier degré  $A = 4x^3 + 2x^2 - 6x$

b) Résoudre alors l'inéquation  $A \geq 0$

c) En déduire la position relative des paraboles  $P$  et  $P'$