DS Première C

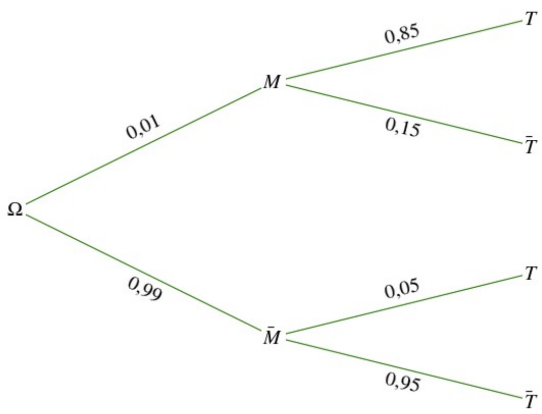
Mercredi 31 janvier 2024

2 heures

Les élèves de retour d'amérique composent à titre gratuit

Exercice 1 :

1) Construire un arbre pondéré modélisant la situation proposée



2) Un animal est pris au hasard

a) Quelle est la probabilité qu'il soit porteur de la maladie et que son test soit positif ?

On veut $P(M\cap T) = 0{,}01\times 0{,}85 = 0{,}0085$

b) Montrer que la probabilité pour que son test soit positif est 0,058

M et $\overline{M}$ forment une partition de l'univers donc d'après la formule des probabilités totales, on a : $P(T) = P(M\cap T) + P(\overline{M}\cap T)$

$P(T) = 0{,}0085 + 0{,}99\times 0{,}05$

$P(T) = 0{,}058$

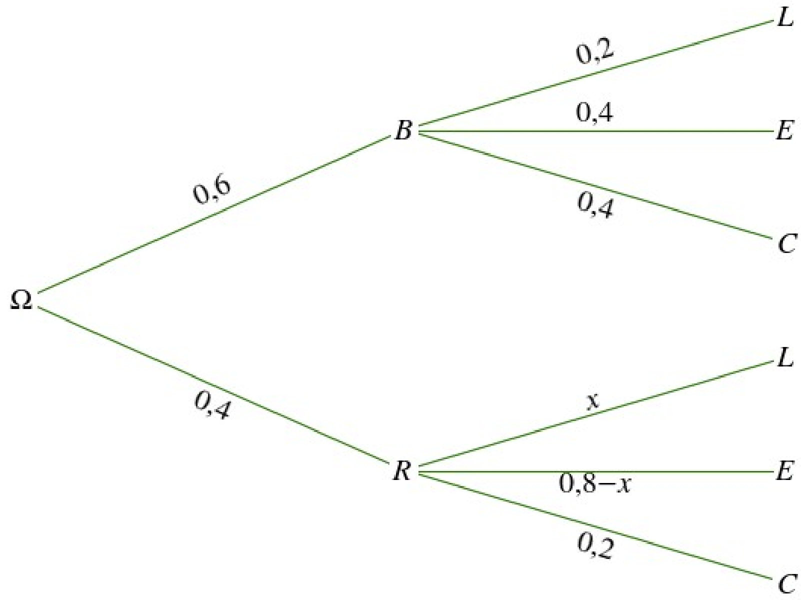
c) Les événements M et T sont-ils indépendants ?

$P_M(T) = 0{,}85 \neq 0{,}058 = P(T)$ donc les événements ne sont pas indépendants

3) Un animal est choisi au hasard parmi ceux dont le test est positif. Quelle est la probabilité pour qu'il soit porteur de la maladie ?

On cherche $P_T(M) = \dfrac{P(M\cap T)}{P(T)} = \dfrac{0{,}0085}{0{,}058} = 0{,}146$

Exercice 2 : *Cet exercice est un exercice de recherche . Toute trace de recherche sera donc valorisée.*



B et R forment une partition de l'univers donc à l'aide de la formule des proba totales, on a :

$P(L) = 0{,}6 \times 0{,}2 + x \times 0{,}4 = 0{,}12 + 0{,}4x$

On veut que L et B soient indépendants donc on veut que P(L) = $P_B(L)$

c'est à dire $0{,}12 + 0{,}4x = 0{,}2$

$0{,}4x = 0{,}2 - 0{,}12$

x = 0,2

Exercice 3 Pour chacune des fonctions suivantes, calculer la fonction dérivée de f en précisant dans chaque cas l'ensemble de dérivabilité . On cherchera à donner la forme la plus simple de la dérivée

1) f(x) = $-5x^3+4x^2-9x-5$

$D_{f'}$ = $\mathbb{R}$.(polynôme)

$f'(x) = -15x^2+8x-9$

2) f(x) = $(7x-2)^2 = 49x^2-28x+4$

$D_{f'}$ = $\mathbb{R}$.(polynôme)

$f'(x) = 98x-28$

3) f(x) = $(x-2)\sqrt{x}$

f est un produit de fonctions dérivables sur $\mathbb{R}^{+*}$ donc f est dérivable sur $\mathbb{R}^{+*}$

u(x) = $x-2$ v(x) = $\sqrt{x}$

u'(x) = 1 v'(x) = $\frac{1}{2\sqrt{x}}$

$f'(x) = u'v+uv'$

$= 1\times\sqrt{x}+(x-2)\times\frac{1}{2\sqrt{x}}$

$= \sqrt{x}+\frac{x-2}{2\sqrt{x}} = \frac{\sqrt{x}\times2\sqrt{x}}{2\sqrt{x}}+\frac{x-2}{2\sqrt{x}} = \frac{2x+x-2}{2\sqrt{x}} = \frac{3x-2}{2\sqrt{x}}$

4) f(x) = $\frac{1}{x^2-4}$

$x^2-4=0$ ssi x=±2 donc f est dérivable sur ℝ\{−2;2}

f est de la forme 1/v avec v(x) = x^2-4

v'(x) = 2x

f'(x) = $-\frac{v'}{v^2}$ = $\frac{-2x}{(x^2-4)^2}$

5) f(x) = $\frac{3x-1}{x^2+1}$

$x^2+1=0$ ssi x² = −1 ce qui est impossible donc Df' = ℝ

u(x) = $3x-1$ v(x) = x^2+1

u'(x) = 3 v'(x) = 2x

$f'(x)$ = $\frac{u'v-uv'}{v^2}$

$f'(x)$ = $\frac{3(x^2+1)-(3x-1)\times 2x}{(x^2+1)^2}$

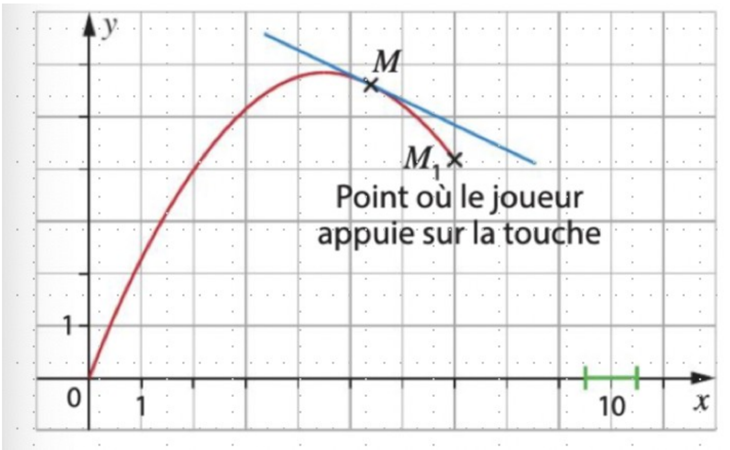
$f'(x)$ = $\frac{3x^2+3-6x^2+2x}{(x^2+1)^2}$

$f'(x)$ = $\frac{-3x^2+2x+3}{(x^2+1)^2}$

Exercice 4

Dans un jeu vidéo, le joueur utilise une fronde pour lancer des oiseaux sur des cochons verts. Au début de la partie , chequa oiseua lancé suit une trajectoire comme indiquée sur la graphique ci-dessous. La courbe représentée en rouge est celle de la focntion f défin ie sur [0;+∞[par :

f(x) = $-0{,}28x^2+2{,}56x$



Lorsque le joueur le décide, il appuie sur une touche pour que l'oiseau situé en un point M change de trajectoire . A partir de cet instant, l'oiseau suit la droite tangente à sa trajectoire initiale au point M.

Les cochons verts se cachent sur l'axe des abscisses dans un enclos représenté par l'intervalle [9,5;10,5]

On suppose que le joueur appuie sur la touche lorsque l'oiseau est au point $M_1(7;f(7))$

a) Préciser les coordonnées de M_1 .

f(7) = 4,2 donc $M_1(7;4{,}2)$

b) Déterminer une équation de la tangente à la courbe au point M_1

$f'(x)$ = $-0{,}56x+2{,}56$ donc $f'(7)$ = $-1{,}36$

y = $f'(7)(x-7)+f(7)$

y = $-1{,}36(x-7)+4{,}2$

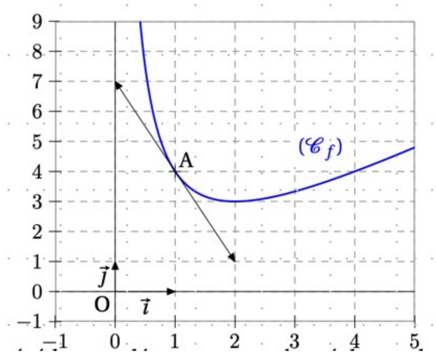
y = $-1{,}36x+9{,}52+4{,}2$

y = $-1{,}36x+13{,}72$

c) L'oiseau va-t-il tomber dans l'enclos des cochons ?

Cherchons les coord du point d'intersection de la tangente avec l'axe des abscisses. On a y = 0 donc $-1{,}36x+13{,}72$ = 0 ce qui donne x = $\frac{13{,}72}{1{,}36}$ ≈ 10,08 ∈ [9,5;10,5] donc l'enclos est atteint

Exercice 5 Soient a et b deux réels.



On appelle f la fonction définie par f(x) = $ax-1+\frac{b}{x}$ dont on donne la courbe représentative .

1) Déterminer graphiquement $f(1)$ et $f'(1)$

f(1) = 4 et $f'(1)$ = $-\frac{6}{2}$ = -3

2) Déterminer $f'(x)$ en fonction de a et b

f(x) = $ax-1+b\times\frac{1}{x}$ donc $f'(x)$ = $a+b\times-\frac{1}{x^2}$ = $a-\frac{b}{x^2}$

3) En utilisant la question 1), démontrer que les réels a et b doivent vérifier le système suivant :

$$\begin{cases} a+b=5 \\ a-b=-3 \end{cases}$$

f(1) = 4 donc $a\times1-1+\frac{b}{1}=4$ ce qui donne $a+b$ = 5

$f'(1)$ = -3 donc $a-\frac{b}{1^2}$ = -3 ce qui donne $a-b$ = -3

4) Résoudre ce système et en déduire alors l'expression de f(x)

$(a+b)+(a-b)$ = $5+(-3)$

2 a = 2

a = 1

a+b = 5 donne alors b = 4 d'où f(x) = $x-1+\frac{4}{x}$