

**DS Première C**  
**Mercredi 31 janvier 2024**  
**2 heures**

**Les élèves de retour d'amérique composent à titre gratuit**

**Exercice 1** Lors d'une épidémie chez les bovins, on s'est aperçu que si la maladie est diagnostiquée suffisamment tôt chez un animal, on peut le guérir sinon la maladie est mortelle.

Un test est mis au point et essayé sur un échantillon d'animaux dont 1 % est porteur de la maladie.

On obtient les résultats suivants :

- si un animal est porteur de la maladie, le test est positif dans 85 % des cas
- si un animal est sain, le test est négatif dans 95 % des cas.

On choisit de prendre ces fréquences observées comme probabilités pour la population entière et d'utiliser le test pour un dépistage préventif de la maladie.

On note

- M l'évènement : « l'animal est porteur de la maladie »
- T l'évènement : « le test est positif »

1) Construire un arbre pondéré modélisant la situation proposée

2) Un animal est pris au hasard

- a) Quelle est la probabilité qu'il soit porteur de la maladie et que son test soit positif ?
- b) Montrer que la probabilité pour que son test soit positif est 0,058
- c) Les événements M et T sont-ils indépendants ?

3) Un animal est choisi au hasard parmi ceux dont le test est positif. Quelle est la probabilité pour qu'il soit porteur de la maladie ?

**Exercice 2** *Cet exercice est un exercice de recherche . Toute trace de recherche sera donc valorisée.*

On désigne par  $x$  un réel de l'intervalle  $[0;80]$

Une urne contient 100 petits cubes en bois dont 60 sont bleus et les autres rouges.

Parmi les cubes bleus, la probabilité d'avoir une face marquée d'un cercle est 0,4 , celle d'avoir une face marquée d'un losange 0,2 et les autres ont leurs faces marquées d'une étoile.

Parmi les cubes rouges, la probabilité d'avoir une face marquée d'un cercle est 0,2 , celle d'avoir une face marquée d'un losange est notée  $x$  et les autres ont leurs faces marquées d'une étoile.

On appelle B l'évènement : « le cube est bleu » , R : « le cube est rouge » , L : « le cube est marquée d'un losange » , E : « le cube est marquée d'une étoile » et C : « le cube est marquée d'un cercle »

On tire au hasard un cube de l'urne

Déterminer  $x$  pour que les événements « tirer un cube bleu » et « tirer un cube marqué d'un losange » soient indépendants.

**Exercice 3** Pour chacune des fonctions suivantes, calculer la fonction dérivée de  $f$  en précisant dans chaque cas l'ensemble de dérivabilité . On cherchera à donner la forme la plus simple de la dérivée

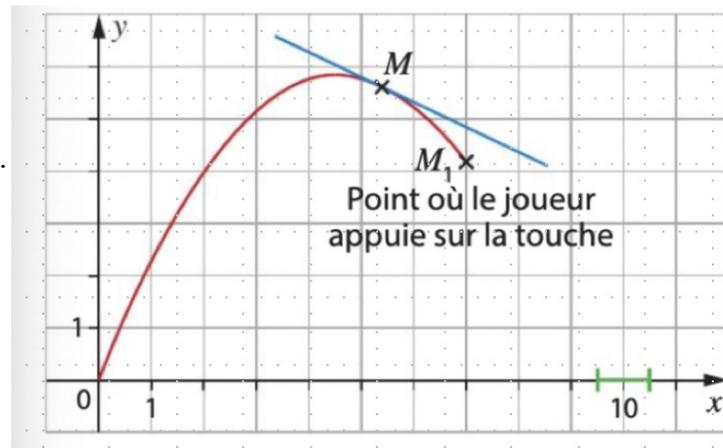
- 1)  $f(x) = -5x^3 + 4x^2 - 9x - 5$       2)  $f(x) = (7x - 2)^2$       3)  $f(x) = (x - 2)\sqrt{x}$   
 4)  $f(x) = \frac{1}{x^2 - 4}$       5)  $f(x) = \frac{3x - 1}{x^2 + 1}$

**Exercice 4**

Dans un jeu vidéo, le joueur utilise une fronde pour lancer des oiseaux sur des cochons verts. Au début de la partie , chaque oiseau lancé suit une trajectoire comme indiquée sur la graphique ci-dessous. La courbe représentée en rouge est celle de la fonction  $f$  définie sur  $[0; +\infty[$  par :

$$f(x) = -0,28x^2 + 2,56x$$

Lorsque le joueur le décide, il appuie sur une touche pour que l'oiseau situé en un point  $M$  change de trajectoire . A partir de cet instant, l'oiseau suit la droite tangente à sa trajectoire initiale au point  $M$ .



Les cochons verts se cachent sur l'axe des abscisses dans un enclos représenté par l'intervalle  $[9,5;10,5]$

On suppose que le joueur appuie sur la touche lorsque l'oiseau est au point  $M_1(7; f(7))$

- Préciser les coordonnées de  $M_1$  .
- Déterminer une équation de la tangente à la courbe au point  $M_1$
- L'oiseau va-t-il tomber dans l'enclos des cochons ?

**Exercice 5** Soient  $a$  et  $b$  deux réels.

On appelle  $f$  la fonction définie par  $f(x) = ax - 1 + \frac{b}{x}$  dont on donne la courbe représentative .

- Déterminer graphiquement  $f(1)$  et  $f'(1)$
- Déterminer  $f'(x)$  en fonction de  $a$  et  $b$
- En utilisant la question 1), démontrer que les réels  $a$  et  $b$  doivent vérifier le système suivant : 
$$\begin{cases} a + b = 5 \\ a - b = -3 \end{cases}$$
- Résoudre ce système et en déduire alors l'expression de  $f(x)$

