DS 2 bilan second degré première C

Le mercredi 11 octobre,

Exercice 1 **5 points** **c b c d b**

Question 1 La forme canonique de f(x) = $2x^2-2x-12$ est :

a) f(x) = $2(x-1)^2-14$ c) f(x) = $2\left(x-\frac{1}{2}\right)^2-\frac{25}{2}$

b) f(x) = $2\left(x-\frac{1}{2}\right)^2-\frac{25}{4}$ d) f(x) = $2\left(x+\frac{1}{2}\right)^2-\frac{25}{2}$

$\alpha = -\frac{b}{2a} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$ $\beta = f\left(\frac{1}{2}\right) = 2\times\frac{1}{4}-2\times\frac{1}{2}-12 = \frac{1}{2}-13 = -\frac{25}{2}$

f(x) = $2\left(x-\frac{1}{2}\right)^2-\frac{25}{2}$

réponse c)

Question 2 L'équation (E) : $(3x^2-12x+12)(x-2)=0$ admet :

a) aucune solution b) une solution c) deux solutions d) trois solutions

$3x^2-12x+12$ $\Delta = 12^2-4\times3\times12 = 0$ donc une racine $x_0 = -\frac{b}{2a} = 2$

$x-2 = 0$ d'où x = 2

Il n'y a donc qu'une solution x = 2 **réponse b)**

Question 3 L'inéquation $x^2-5x-6<0$ a comme ensemble solution :

a) Ø b)]-6;1[c)]-1;6[d)]-∞;-1[∪]6;+∞[

$\Delta = 25-4\times1\times(-6) = 49 > 0$ deux racines $x_1 = -1$ et $x_2 = 6$

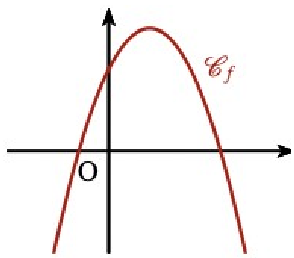
une poly est du signe de a sauf entre ses racines donc **réponse c)**

Question 4 Soit la courbe C_f suivante représentant la fonction f telle que f(x) = ax^2+bx+c . Soit Δ le discriminant de f(x) .

Laquelle des propositions est vraie :

a) a et c sont de même signe c) a et Δ sont de même signe

b) a et b sont de même signe d) c et Δ sont de même signe



La courbe coupe l'axe des abscisses en deux points donc le delta est strictement positif. f(0) = c et la courbe coupe l'axe des ordonnées en un nombre positif donc c positif d'où **réponse d)**

Question 5 Soit m un réel. On considère l'équation paramétrique (E_m) : $x^2-(2m+3)x+m^2=0$

(E_m) admet une solution double si :

a) m = $-\frac{3}{2}$ b) m = $-\frac{3}{4}$ c) m = $\frac{3}{4}$ d) m = $\frac{3}{2}$

$\Delta = (2m+3)^2-4m^2 = ... = 12m+9$ 12m+9 = 0 pour m = $-\frac{9}{12} = -\frac{3}{4}$ **réponse b)**

Exercice 2 9 **points**

1) Factoriser si possible les expressions suivantes :

a) $3x^2-2x+2$

$\Delta = 4-4\times 3\times 2 = -20<0$

donc pas de factorisation

b) $-2x^2+5x+3$

$\Delta = 25-4\times(-2)\times 3$

$\Delta = 49 > 0$ deux racines

racines : $x_1 = 3$ $x_2 = -\frac{1}{2}$

$-2x^2+5x+3 = -2(x-3)\left(x+\frac{1}{2}\right)$

c) $4x^2+4x+1$

$\Delta = 0$ une racine

$x_0 = -\frac{1}{2}$

$4x^2+4x+1 = 4\left(x+\frac{1}{2}\right)^2$

2) Dresser le tableau de signe de la fonction f définie par $f(x) = -3x^2-5x+2$

$\Delta = 25-4\times(-3)\times 2 = 49$ deux racines $x_1 = \frac{1}{3}$ et $x_2 = -2$

un polynôme est du signe de a sauf entre ses racines donc

x	$-\infty$		-2		$\frac{1}{3}$		$+\infty$
$f(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

3) Résoudre les équations et inéquations suivantes :

a) $(2x+1)(3-x)>0$

x	$-\infty$		$-\frac{1}{2}$		3		$+\infty$
signe de $2x+1$		$-$	0	$+$	$\vdots$	$+$	
signe de $3-x$		$+$	$\vdots$	$+$	0	$-$	
signe du produit		$-$	0	$+$	0	$-$	

$S = \left]\frac{-1}{2};3\right[$

b) $-2x^2+5x\leq 4$

$-2x^2+5x-4\leq 0$

$\Delta = 25-32 = -7 < 0$ donc le poly est du signe de a cad strictement négatif donc $S = \mathbb{R}$.

c) $2x^2+8x+8=0$

$\Delta = 0$ donc une solution $S = \{ -2 \}$

d) $\frac{3x^2-5x}{x-1}\geq 0$

$3x^2-5x = x(3x-5)$ donc racines 0 et $\frac{5}{3}$

x	$-\infty$		0		1		$\frac{5}{3}$		$+\infty$
$3x^2-5x$		$+$	0	$-$	$\vdots$	$-$	0	$+$	
$x-1$		$-$	$\vdots$	$-$	0	$+$	$\vdots$	$+$	
quotient		$-$	0	$+$	$\Vert$	$-$	0	$+$	

$S = [0;1[\cup\left[\frac{5}{3};+\infty\right[$

4) Dresser le tableau de variation de la fonction f définie par $f(x) = -x^2+x+4$

$\alpha = -\frac{b}{2a} = -\frac{1}{-2} = \frac{1}{2}$ $\quad \beta = f\left(\frac{1}{2}\right) = -\frac{1}{4}+\frac{1}{2}+4 = \frac{17}{4}$

a = -1 < 0 donc la parabole a ses branches tournées vers le bas :

x	$-\infty$	$\frac{1}{2}$	$+\infty$
$f(x)$	$\nearrow$	$\frac{17}{4}$	$\searrow$

<u>Exercice 3</u> 3 points

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par f(x) = $2x^2-3x-5$ de courbe représentative C_f , et soit D la droite d'équation y = $-x+7$. On pose $g(x)=f(x)-(-x+7)$ = $2x^2-2x-12$

1) Construire la droite D dans le repère ci-dessous

2) Résoudre l'équation $g(x)=0$ et en déduire les coordonnées des points d'intersection des courbes C_f et D

g(x) = 0 $\quad \Delta$ = 4+96 = 100 > 0 deux racines x_1 = 3 et x_2 = -2

y = -3+7 = 4 et y = 2+7 = 9 donc intersection en $A(3;4)$ et $B(-2;9)$

3) Déterminer le signe de g(x) et expliquer comment contrôler graphiquement le résultat obtenu

D'après la question précédente, g est du signe de a = 2 > 0 sauf entre ses racines cad :

pour tout x ∈ $]-\infty;-2[\cup]3;+\infty[$, g(x) est positif donc f(x) > $-x+7$ Cf est au dessus de la droite

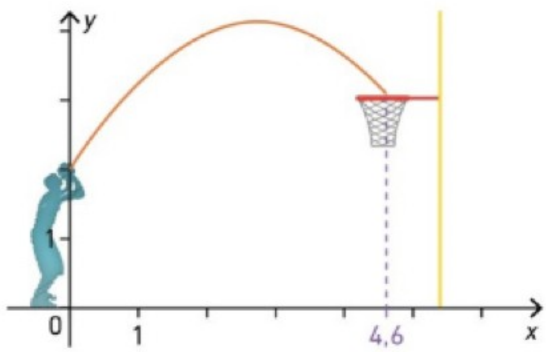
pour tout x ∈]-2;3[, g(x) est négatif donc f(x) < $-x+7$ et C_f est en dessous de la droite

<u>Exercice 4</u> 3 points

On modélise la trajectoire d'un ballon qui entre dans le panier lors d'un lancer franc au basket .

Cette trajectoire est assimilée à un arc de parabole représenté par la fonction f définie par f(x) = $-0,3x^2+1,6x+2$.

L'unité de longueur est le mètre .



1) De quelle hauteur est lancé le ballon ?

f(0) = 2 donc hauteur 2 mètres

2) Sachant que la ligne de lancer franc est à 4,6 mètres du pied du panier, quelle est la hauteur du panier ? $\quad$ f(4,6) = 3,012

3) a) Déterminer la forme canonique de f(x)(valeurs exactes attendues)

$\alpha = -\frac{1,6}{-0,6} = \frac{8}{3}$ $\quad \beta = -0,3\times\frac{64}{9}+1,6\times\frac{8}{3}+2 = \frac{37,2}{9} = \frac{372}{90} = \frac{124}{30} = \frac{62}{15}$ d'où

f(x) = $-0,3\left(x-\frac{8}{3}\right)^2+\frac{62}{15}$

b) Quelle hauteur maximale le ballon atteint-il ? Arrondir au centimètre près .

Le sommet de la parabole a pour coordonnées ($\frac{8}{3};\frac{62}{15}$) donc comme a < 0 le sommet correspond a un max pour la fonction donc hauteur max de $\frac{62}{15}$ = 4,13 m au centimètre près