

DM première Spécialité Math

Exercice 1 Il s'agit d'un QCM mais ici vous devez justifier les réponses

1) Si deux événements A et B de probabilités non nulle sont incompatibles, alors :

a. $A \cup B = \emptyset$ b. $P(A \cap B) = P(A)P(B)$ c. $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

FACILE réponse c

2) Si deux événements A et B de probabilité non nulle sont indépendants alors $P(A \cup B)$ est égale à :

a. $P(\bar{A})P(B)$ b. $1 - P(\bar{A})P(\bar{B})$ c. $P(\bar{B})P(A)$

$$\begin{aligned} P(A \cup B) &= P(A) + P(B) - P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A) \times P(B) \\ &= P(A) + P(B)(1 - P(A)) = P(A) + P(B)P(\bar{A}) \\ &= 1 - P(\bar{A}) + P(B)P(\bar{A}) \\ &= 1 - P(\bar{A})(1 - P(B)) \\ &= 1 - P(\bar{A})P(\bar{B}) \end{aligned}$$

Réponse B

3. Si A et B sont à la fois incompatibles et indépendants alors nécessairement :

a. $P(A) = 0$ et $P(B) = 0$ b. $P(A) = 0$ ou $P(B) = 0$ c. $P(A) = 0$ et $P(B) \neq 0$

Incompatible $P(A \cap B) = 0$ indépendants $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$

d'où $P(A) \times P(B) = 0$

equation produit nul donc

$P(A) = 0$ ou $P(B) = 0$

Réponse B

4. Si un événement A est indépendant de lui-même alors :

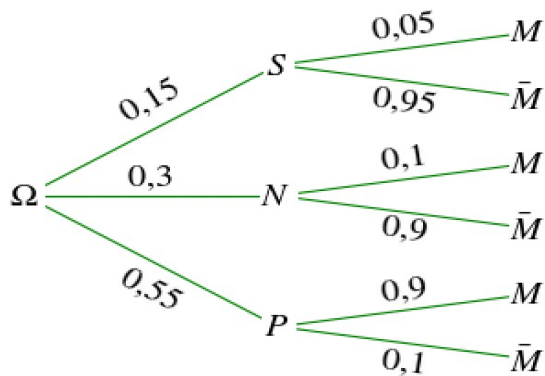
a. $P(A) = 0$ b. $P(A) = 0$ ou $P(A) = 1$ c. $P(A) = 1$

$$\begin{aligned} P(A \cap A) &= P(A) \times P(A) \text{ or } A \cap A = A \text{ donc } P(A) = (P(A))^2 \\ P(A) - (P(A))^2 &= 0 \\ P(A)(1 - P(A)) &= 0 \\ P(A) &= 0 \text{ ou } P(A) = 1 \end{aligned}$$

Réponse B

Exercice 2 n°84 p290

1)



2) a) $p(P \cap M) = 0,55 \times 0,9 = 0,495$

S N P forment une partition de l'univers donc

d'après la formule des proba totales :

$$P(M) = P(M \cap S) + P(M \cap N) + P(M \cap P)$$

$$= 0,15 \times 0,05 + 0,3 \times 0,1 + 0,495$$

$$= 0,5325$$

b) $P_S(M) = 0,05 \neq 0,5325 = P(M)$ donc pas indépendants

c) On veut $P_M(S) = \frac{P(M \cap S)}{P(M)} = \frac{0,0075}{0,5325} = 0,014$

3) On veut $P(M) \leq 0,3$

avec $P(M) = P(M \cap S) + P(M \cap N) + P(M \cap P)$

$$0,15 \times 0,05 + 0,1x + (0,85 - x) \times 0,9 \leq 0,3$$

$$0,0075 + 0,1x + 0,765 - 0,9x \leq 0,3$$

...

$$-0,8x \leq -0,4725$$

$$x \geq 0,590625$$

donc en commandant 59,1 % chez le normand et

$$0,85 - 0,591 = 0,259 \text{ soit } 25,9 \% \text{ chez Paris}$$

l'objectif est atteint

84 Poisson frais

Saumonix est poissonnier et 15 % du poisson qu'il vend a été pêché par ses soins, 30 % vient d'un grossiste normand et le reste d'un grossiste de Paris.

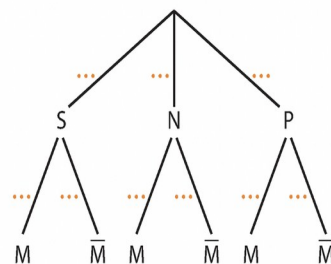
Il a remarqué que 5 % de ses clients sont mécontents du poisson qu'il a lui-même pêché, 10 % du poisson provenant du grossiste normand et 90 % du poisson de Paris.

Un client achète un poisson à Saumonix.

On considère les événements suivants :

- S : « Le poisson a été pêché par Saumonix. »
- N : « Le poisson provient du grossiste normand. »
- P : « Le poisson provient du grossiste de Paris. »
- M : « Le client est mécontent du poisson. »

1. Recopier et compléter l'arbre pondéré ci-dessous.



2. a) Calculer $p(P \cap M)$ et $p(M)$.

b) Les événements S et M sont-ils indépendants ?

c) Un client est mécontent du poisson acheté.

Quelle est la probabilité que ce poisson ait été pêché par Saumonix ?

3. Saumonix souhaite ramener le taux de mécontentement à 30 % en continuant à pêcher 15 % de sa production. Déterminer les proportions de poisson qu'il doit commander à chaque grossiste pour atteindre son objectif.

