DM1 première spe math

Exercice 1

1) On considère le polynôme du troisième degré défini par g(x) = $-3x^3+9x^2-12$

a) Déterminer les réels a , b et c tels que

g(x) = $(x-2)(ax^2+bx+c)$ = $ax^3+bx^2+cx-2ax^2-2bx-2c$ = $ax^3+(b-2a)x^2+(c-2b)x-2c$

Par identification, il vient :

$$\begin{cases} a=-3 \\ b-2a=9 \\ c-2b=0 \\ -2c=-12 \end{cases} \qquad \begin{cases} a=-3 \\ b=3 \\ c=6 \end{cases}$$

on a donc g(x) = $(x-2)(-3x^2+3x+6)$

b) En déduire les solutions de l'équation g(x) = 0

il faut résoudre $(x-2)(-3x^2+3x+6)$ = 0

$x-2$ = 0 ou $-3x^2+3x+6=0$

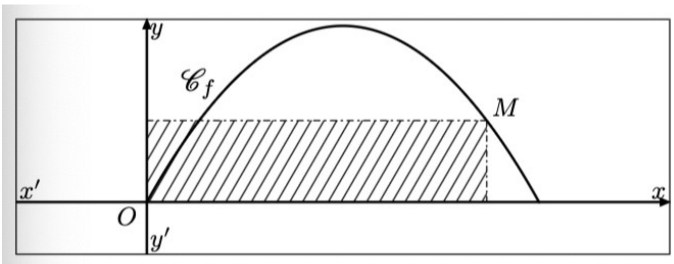
x= 2 Δ = 81> 0 deux racines

x_1 = 2 et x_2 = -1

S = { –1 ; 2 }

2) On considère la fonction f définie sur [0;3] par f(x) = $-3x^2+9x$

Dans le plan muni d'un repère, on considère la courbe C_f représentative de la fonction f et le point M appartenant à C_f



On construit le rectangle ayant les points O et M pour sommets opposés et dont les côtés sont parallèles aux axes du repère.

a) Déterminer l'abscisse du point M afin que l'aire du rectangle ait pour valeur 12 .

le rectangle a pour dimensions x et f(x) donc son aire est A = $f(x)\times x$ = $-3x^3+9x^2$

On veut donc $-3x^3+9x^2$ = 12 c'est à dire g(x) = 0 . or les solutions sont –1 et 2 d'après la question précédente d'où comme x est positif on retient x = 2

b) Construire, sur papier millimétré, la courbe C_f et le rectangle pour la valeur obtenue à la question précédente .

Facile

Exercice 2

Edouard affirme pouvoir dire sans calcul si certain polynôme du second degré ont deux racines distinctes.

Henri décide alors de le tester et lui propose cinq polynômes :

f(x) = $2x^2+3x-1$ g(x) = $4x^2+3x+7$ h(x) = $-3x^2+3x+3$

i(x) = $-x^2+3x-1$ j(x) = $8x^2+3x-7$

Edouard affirme alors que les polynômes f , h et j ont deux racines distinctes. Par contre, il affirme ne pas pouvoir conclure sans calculs pour g et i

a) Vérifier par le calcul que f , h , j ont effectivement deux racines distinctes .

Facile

b) Sauriez-vous expliquer comment procède Edouard pour répondre .

À partir du moment où a et c sont de signes contraires, leur produit $a\times c$ est donc négatif d'où $-4ac$ est positif et le Δ = b^2-4ac est donc strictement positif d'ou la polynôme a deux solutions