Enoncé

1) Soit f(x) = 2x – 5 . f est-elle dérivable en -1 ? Si oui, déterminer $f'(-1)$

2) Soit f(x) = $\frac{1}{x-3}$. f est-elle dérivable en 4 ? Si oui, déterminer $f'(4)$

3) Soit f(x) = x^2+1 . f est-elle dérivable en 3? Si oui, déterminer $f'(3)$

4) Soit f(x) = x^2+3x-2 . f est-elle dérivable en 2 ? Si oui, déterminer $f'(2)$

5) Soit h un nombre réel non nul. On sait que le taux de variation d'une fonction f entre 4 et 4+h est donnée par $\frac{3}{h}$. f est-elle dérivable en 4 ? Si oui, donner $f'(4)$

Corrigé

1) Soit f(x) = 2x – 5 . f est-elle dérivable en -1 ? Si oui, déterminer $f'(-1)$

$$t(h)=\frac{f(-1+h)-f(-1)}{h}$$

$f(-1+h)=2(-1+h)-5 = -7+2h$ et $f(-1)=-7$

d'où $t(h)=\frac{-7+2h-(-7)}{h}$ = 2

$\lim_{h\to 0} t(h)$ = 2

Comme cette limite existe, f est dérivable en -1 et on a $f'(-1)=2$

2) Soit f(x) = $\frac{1}{x-3}$. f est-elle dérivable en 4 ? Si oui, déterminer $f'(4)$

$$t(h)=\frac{f(4+h)-f(4)}{h}$$

$f(4+h)=\frac{1}{4+h-3}=\frac{1}{1+h}$ et $f(4)=\frac{1}{4-3}=1$

d'où $t(h)=\frac{\frac{1}{1+h}-1}{h} = \frac{\frac{1}{1+h}-\frac{1+h}{1+h}}{h} = \frac{\frac{-h}{1+h}}{h} = \frac{-h}{1+h}\times\frac{1}{h} = -\frac{1}{1+h}$

$\lim_{h\to 0} t(h)$ = -1

Comme cette limite existe, f est dérivable en 4 et on a $f'(4)=-1$

3) Soit f(x) = x^2+1 . f est-elle dérivable en 3? Si oui, déterminer $f'(3)$

$$t(h)=\frac{f(3+h)-f(3)}{h}$$

$f(3+h)=(3+h)^2+1=9+6h+h^2+1=10+6h+h^2$ et $f(3)=10$

d'où $t(h)=\frac{10+6h+h^2-10}{h} = \frac{6h+h^2}{h} = \frac{h(6+h)}{h}$ = 6+h

$\lim_{h\to 0} t(h)$ = 6

Comme cette limite existe, f est dérivable en 3 et on a $f'(3)=6$

4) Soit f(x) = x^2+3x-2 . f est-elle dérivable en 2 ? Si oui, déterminer $f'(2)$

$$t(h)=\frac{f(2+h)-f(2)}{h}$$

$f(2+h)=(2+h)^2+3(2+h)-2=4+4h+h^2+6+3h-2=8+7h+h^2$ et f(2)=8

d'où $t(h)=\frac{8+7h+h^2-8}{h}$ = $\frac{7h+h^2}{h}$ = $\frac{h(7+h)}{h}$ = 7+h

$\lim_{h\to 0} t(h)$ = 7

Comme cette limite existe, f est dérivable en 2 et on a $f'(2)=7$

5) Soit h un nombre réel non nul. On sait que le taux de variation d'une fonction f entre 4 et 4+h est donnée par $\frac{3}{h}$. f est-elle dérivable en 4 ? Si oui, donner $f'(4)$

$\lim_{h\to 0} \frac{3}{h}$ = ±∞ donc cette limite n'existe pas et on peut en conclure que f n'est pas dérivable en 4