

## Devoir première B

### Variable aléatoire

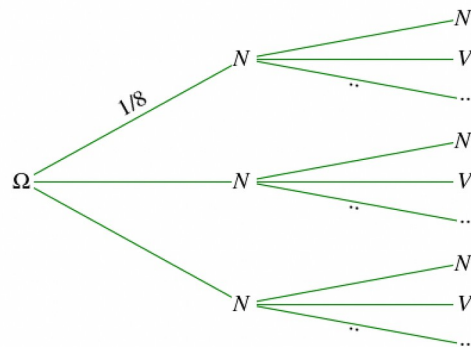
Judi 7 avril 2022

#### Exercice 1 :

Une urne contient une boule noire, deux boules vertes et 5 boules rouges .

On tire successivement et avec remise deux boules de l'urne et on note à chaque tirage la couleur de la boule tirée.

1) Reproduire et compléter l'arbre pondérée ci-contre :



2) a) On note A l'événement « les deux boules sont de la même couleur » .

$$\text{Montrer que } P(A) = \frac{15}{32}$$

b) On note B l'événement « les deux boules tirées ne sont pas de la même couleur » .

$$\text{Montrer que } P(B) = \frac{17}{32}$$

3) On considère le jeu suivant :

- Le joueur mise 10 euros.
- Le joueur tire alors successivement et avec remise deux boules de l'urne :
  - si les deux boules sont de la même couleur, le joueur perd sa mise
  - si les deux boules sont de couleurs différentes, le joueur gagne 28 €.

On appelle X la variable aléatoire représentant le gain algébrique du joueur.

a) Déterminer la loi de probabilité de X .

b) Calculer l'espérance. Le jeu est-il favorable au joueur ? Justifier

4) L'organisateur veut rendre ce jeu équitable . Il décide de remplacer les 5 boules rouges par n boules rouges où n est un entier naturel . On va donc chercher s'il existe une valeur de n pour laquelle ce jeu est équitable .

a) En justifiant correctement la réponse (toute trace de recherche sera valorisée), démontrer que

$$\text{l'espérance de X est donnée par : } E(X) = \frac{-10n^2 + 108n + 22}{(n+3)^2}$$

b) Conclure .

**Exercice 2 :**

Un trader a analysé plusieurs scénarios quand à l'évolution de deux actions notées A et B .

On note X la variable aléatoire donnant l'évolution en euros de l'action A et Y celle donnant en euros l'évolution de l'action B . Voici les lois de probabilités de X et de Y .

Valeur de X	-50	0	10	40
Probabilité	0,1	0,3	0,5	0,1

Valeur de Y	-30	10	30
Probabilité	0,3	0,4	0,3

- 1) Calculer  $E(X)$  et  $E(Y)$  . Interpréter
- 2) Calculer l'écart type de X et de Y
- 3) Le trader ne souhaite pas prendre trop de risques et décide d'investir sur l'action la moins volatile.  
Quelle action lui conseillez-vous ?