# Interrogation Suite numérique Spécialité math première

**Jeudi 3 mars 2022,**

**Exercice 1 :**

Les suites $(u_n)$ , $(v_n)$ et $(w_n)$ sont définies pour tout entier naturel n par :

$$u_n=2n^2+2n-1 \quad , \quad v_n=\frac{n^2}{3^n} \quad , \quad w_0=-2 \text{ et } w_{n+1}=\frac{1}{2}w_n+\frac{5}{2}$$

1) Calculer les trois premiers termes de chacune de ces suites.

$$\begin{cases} u_0=-1 \\ u_1=2+2-1=3 \\ u_2=2\times4+2\times2-1=11 \end{cases} \qquad \begin{cases} v_0=\frac{0^2}{3^0}=0 \\ v_1=\frac{1^2}{3^1} \\ v_2=\frac{2^2}{3^2}=\frac{4}{9} \end{cases} \qquad \begin{cases} w_0=-2 \\ w_1=\frac{1}{2}w_0+\frac{5}{2}=\frac{3}{2} \\ w_2=\frac{1}{2}w_1+\frac{5}{2}=\frac{13}{4} \\ w_3=\frac{1}{2}w_2+\frac{5}{2}=\frac{33}{8} \end{cases}$$

2) a) Exprimer $u_{n+1}$ puis $v_{n+2}$ en fonction de n

$u_{n+1}=2(n+1)^2+2(n+1)-1=2n^2+4n+2+2n+2-1 = 2n^2+6n+3$

$v_{n+2}=\frac{(n+2)^2}{3^{n+2}}$

b) Exprimer $w_{n+2}$ en fonction de $w_n$

$w_{n+2}=\frac{1}{2}w_{n+1}+\frac{5}{2} = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}w_n+\frac{5}{2}\right)+\frac{5}{2} = \frac{1}{4}w_n+\frac{15}{4}$

3) Etudier le sens de variation de la suite $(u_n)$

Etudions le signe de $u_{n+1}-u_n = 2n^2+6n+3-2n^2-2n+1$ = 4n+4

Comme n est positif, 4n+4 est positif donc $u_{n+1}-u_n\geq0$ cad $u_{n+1}>u_n$ donc la suite est croissante

4) a) Etudier le signe de $f(x)=-2x^2+2x+1$

$\Delta = 4-4\times(-2)\times1=12$ >0 donc deux racines

$$x_1=\frac{-2-\sqrt{12}}{-4} = \frac{1+\sqrt{3}}{2} \quad \text{ou} \quad x_2=\frac{-2+\sqrt{12}}{-4} = \frac{1-\sqrt{3}}{2}$$

Le trinôme est du signe de a sauf entre ses racines donc

| $x$ | $-\infty$ | | $x_2$ | | $x_1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Singe du trinôme | | - | 0 | + | 0 | - | |

b) Démontrer que pour tout entier n , $v_{n+1}-v_n = \frac{-2n^2+2n+1}{3^{n+1}}$

$$v_{n+1}-v_n=\frac{(n+1)^2}{3^{n+1}}-\frac{n^2}{3^n} = \frac{n^2+2n+1-3n^2}{3^{n+1}} = \frac{-2n^2+2n+1}{3^{n+1}}$$

c) En déduire le sens de variation de la suite $(v_n)$

Etudions le signe de $v_{n+1}-v_n$ cad de $-2n^2+2n+1$

d'après la question 4a), ce trinôme est négatif pour $n>\frac{1+\sqrt{3}}{2}$ ≈ 1,.. donc

pour tout n ≥ 2 , $v_{n+1}-v_n \leq 0$

$v_{n+1} < v_n$

$(v_n)$ est décroissante

d) A l'aide de votre calculatrice, conjecturer la limite de la suite $(v_n)$

La suite semble tendre vers 0

5) a) On donne le programme python suivant :

```
w = -2
for i in range ( 0  ; 15 ) :
    w = 1/2 w+5/2
print ( w )
```

Compléter ce programme afin de calculer $w_{15}$

b) A l'aide de votre calculatrice, calculer $w_{15}$ . On donnera la valeur approchée au dix millième

$w_{15}=4{,}99979$

c) Conjecturer la limite de la suite $(w_n)$

La suite semble tendre vers 5

**<u>Exercice 2 :</u>** On donne la suite $(u_n)$ définie par $u_0$ = 1 et $u_{n+1}=u_n-u_n^2-1$ pour tout entier n

1) Compléter le tableau suivant :

| n | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|---|
| $u_n$ | 1 | -1 | -3 | -13 | −183 |

2) Montrer que la suite $(u_n)$ est décroissante

Etudions le signe de $u_{n+1}-u_n=-u_n^2-1$ comme un carré est positif, on a $u_n^2$ positif donc $-u_n^2-1$ est négatif d'où $u_{n+1}<u_n$ et la suite est décroissante