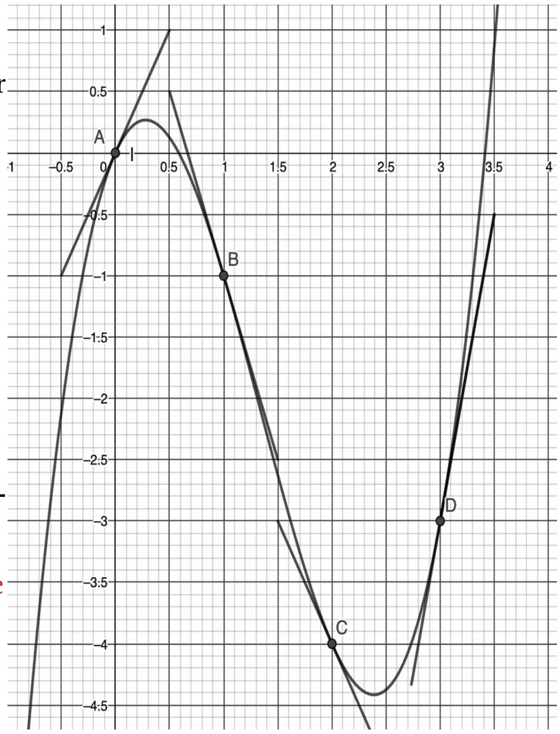
Interrogation première B : Dérivation

Ce corrigé peut être légèrement différent de votre devoir car il y avait deux sujets mais ils étaient très similaires

Exercice 1 :

1) A l'aide de la représentation graphique ci-contre d'une fonction f et de quelques unes de ses tangentes, recopier et compléter le tableau ci-contre :



Pour f'(x) il faut déterminer graphiquement le coef directeur de la tangente correspondante

x	0	1	2	3
$f(x)$	0	-1	-4	-3
$f'(x)$	2	-3	-2	5

2) D'après ce graphique, combien cette fonction possède-t-elle de tangentes horizontales ?

Il semble y avoir deux changement de direction de la courbe donc deux tangentes horizontales

3) La fonction représentée est la fonction f définie par

f(x) = x^3-4x^2+2x

Retrouver par le calcul en utilisant la définition du nombre dérivé la valeur de $f'(0)$

f(0) = 0 f(0+h) = $(0+h)^3-4(0+h)^2+2(0+h)$ = h^3-4h^2+2h

t(h) = $\dfrac{f(0+h)-f(0)}{h}$ = ... = h^2-4h+2

$\lim_{h\to 0} t(h)$ = 2 donc .....

Exercice 2 :

Pour les fonctions suivantes :

- déterminer l'ensemble sur lequel la fonction est dérivable
- déterminer la fonction dérivée
- réduire au même dénominateur si nécessaire et factoriser lorsque cela est possibles

1) f(x) = $4x^3+2x^2-7x+\sqrt{5}$

f est un polynôme donc f est dérivable sur $\mathbb{R}$.

$f'(x)$ = $12x^2+4x-7$

2) f(x)= $\dfrac{2}{x}-3x-7$ = u+v avec u= $\dfrac{2}{x}$ et v = $3x-7$

u est dérivable sur $\mathbb{R}^*$ et v est affine donc dérivable sur $\mathbb{R}$ d'où f est dérivable sur $\mathbb{R}^*$.

$f'(x)$ = $-\dfrac{2}{x^2}-3$

4) f(x) = $\dfrac{2x}{x^2+4}$ = $\dfrac{u}{v}$

x^2+4 = 0 si et seulement si x^2 = -4 ce qui est impossible donc $x^2+4\neq 0$

f est de la forme u/v avec u et v dérivable sur $\mathbb{R}$ avec le dénominateur qui ne s'annule pas donc f est dérivable sur $\mathbb{R}$.

$f'(x) = \dfrac{u'v-uv'}{v^2} = \dfrac{2(x^2+4)-2x\times 2x}{(x^2+4)^2}$

3) f(x) = $\frac{7}{x^3-2x}$ = $7\times\frac{1}{x^3-2x}$ = $7\times\frac{1}{v(x)}$

$v(x)$ = 0 si et seulement si $x^2(x-2)=0$

si et seulement si x = 0 ou x = 2

v est un polynôme dérivable sur IR et qui s'annule en 0 et 2 donc f est dérivable sur IR \ {0;2}

$f'(x) = 7\times-\frac{v'}{v^2}$ = $-7\times\frac{3x^2-2}{(x^3-2x)^2} = \frac{-21x^2+14}{(x^3-2x)^2}$

$= \frac{-2x^2+8}{(x^2+4)^2}$

5) f(x) = $(x+2)\sqrt{x}$

f est de la forme $u\times v$ avec u dérivable sur IR et v dérivable sur IR*+ donc f est dérivable sur IR*+ .

$f'(x) = u'v+uv' = 1\times\sqrt{x}+(x+2)\times\frac{1}{2\sqrt{x}}$

$= \sqrt{x}+\frac{x+2}{2\sqrt{x}} = \frac{2x+x+2}{2\sqrt{x}} = \frac{3x+2}{2\sqrt{x}}$

6) f(x) = $(3x-5)^2$ = $9x^2-30x+25$

f est un polynôme dérivable sur IR

$f'(x)$ = $18x-30$

<u>Exercice 3:</u>

Soit f la fonction définie sur IR-{1} par $f(x) = \frac{x^2-4x+7}{x-1}$.

On appelle C_f sa courbe représentative .

1) Calculer la dérivée de f et montrer que $f'(x) = \frac{x^2-2x-3}{(x-1)^2}$

f est une fonction rationnelle dérivable sur IR-{1}

$f'(x) = \frac{(2x-4)(x-1)-(x^2-4x+7)\times1}{(x-1)^2} = ... = \frac{x^2-2x-3}{(x-1)^2}$

2) Déterminer une équation de la tangente à C_f au point d'abscisse 2

l'équation est y = $f'(2)(x-2)+f(2)$ avec $f'(2) = \frac{2^2-2\times2-3}{(2-1)^2} = -3$ et f(2) = ... = 3

d'où y = $3(x-2)+3$

y = $3x-3$

3) Existe-t-il des tangentes à la courbe C_f parallèles à droite d'équation y= $\frac{1}{2}x-5$?

le coefficient d'une tangente est $f'(x)$ celui de la droite y = $\frac{1}{2}x-5$ est $\frac{1}{2}$

les droites seront parallèles pour $f'(x)=\frac{1}{2}$

$$\frac{x^2-2x-3}{(x-1)^2} = \frac{1}{2}$$

$$2(x^2-2x-3)=1\times(x-1)^2$$

$$2x^2-4x-6=x^2-2x+1$$

$$x^2-2x-7=0$$

$$\Delta = 4+28 = 32 > 0$$

donc il existe deux solutions et donc deux tangentes

4) Montrer qu'il n'existe pas de tangente à la courbe C_f parallèle à la droite d'équation y = 2x+1

même raisonnement qu'en 3 mais on résout $f'(x)=2$

$$\frac{x^2-2x-3}{(x-1)^2} = 2$$

$$x^2-2x-3=2(x^2-2x+1)$$

$$-x^2+2x-5=0$$

$$\Delta = 4 - 20 = -16 < 0$$

il n'y a donc pas de solution à cette équation et donc pas de tangente