

### Application vecteurs

#### Exercice 1 : Relation de Chasles

1) Soient A, B, C et D quatre points du plan. Montrer que :  $3\vec{DA} - \vec{DB} - 2\vec{DC} = 3\vec{BA} - 2\vec{BC}$

$$3\vec{DA} - \vec{DB} - 2\vec{DC} = 3(\vec{DB} + \vec{BA}) - \vec{DB} - 2(\vec{DB} + \vec{BC}) = 3\vec{BA} - 2\vec{BC}$$

2) Dans chacun des cas suivants, démontrer que les vecteurs  $\vec{AB}$  et  $\vec{CD}$  sont colinéaires :

a)  $2\vec{CB} - 9\vec{CA} - 7\vec{AD} = \vec{0}$

b)  $7\vec{AB} = 3\vec{CB} + 5\vec{AD} + 2\vec{CA}$

$2\vec{CB} - 9\vec{CA} - 7\vec{AD} = \vec{0}$ $2(\vec{CA} + \vec{AB}) - 9\vec{CA} - 7(\vec{AC} + \vec{CD}) = \vec{0}$ $2\vec{AB} - 7\vec{CD} = \vec{0}$ $\vec{AB} = \frac{7}{2}\vec{CD}$	$7\vec{AB} = 3\vec{CB} + 5\vec{AD} + 2\vec{CA}$ $7\vec{AB} = 3(\vec{CA} + \vec{AB}) + 5(\vec{AC} + \vec{CD}) + 2\vec{CA}$ $4\vec{AB} = 5\vec{CD}$
---	---

Exercice 2 : Soit ABC un triangle et le point M tel que  $\vec{BM} = \frac{1}{3}\vec{BC}$

1) Faire une figure avec AB = 45 mm, BC = 60 mm et AC = 75 mm .

2) Construire le point M et démontrer à l'aide de la relation de Chasles que  $\vec{AM} = \frac{2}{3}\vec{AB} + \frac{1}{3}\vec{AC}$

$$\vec{AM} = \vec{AB} + \vec{BM} = \vec{AB} + \frac{1}{3}\vec{BC} = \vec{AB} + \frac{1}{3}(\vec{BA} + \vec{AC}) = \frac{2}{3}\vec{AB} + \frac{1}{3}\vec{AC}$$

3) Placer le point N tel que  $\vec{AN} = 2\vec{AB} + \vec{AC}$

4) a) Démontrer alors que  $\vec{AN} = 3\vec{AM}$

$$3\vec{AM} = 2\vec{AB} + \vec{AC} = \vec{AN}$$

b) Que peut-on en déduire ?

Les vecteurs  $\vec{AM}$  et  $\vec{AN}$  sont colinéaires avec un point commun donc les points A , N , C sont alignés

Exercice 3 : Dans un repère  $(O; \vec{i}, \vec{j})$  on considère les points P(-3;-1) , R(2;3) et S(-3;12)

a) Déterminer les coordonnées du point N tel que  $\vec{ON} = 4\vec{PR}$

$$\vec{ON} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad \vec{PR} \begin{pmatrix} 5 \\ 4 \end{pmatrix} \quad \text{d'où} \quad \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 20 \\ 16 \end{pmatrix}$$

b) Déterminer les coordonnées du point M tel que  $\vec{SM} = 3\vec{PR}$

$$\vec{SM} \begin{pmatrix} x+3 \\ y-12 \end{pmatrix} \quad 3\vec{PR} \begin{pmatrix} 15 \\ 12 \end{pmatrix} \quad \text{d'où} \quad \begin{cases} x+3=15 \\ y-12=12 \end{cases} \quad \begin{cases} x=12 \\ y=24 \end{cases}$$

c) Déterminer les coordonnées du point K tel que  $2\vec{SK} - 3\vec{RK} = \vec{KM}$

$$\vec{SK} \begin{pmatrix} x+3 \\ y-12 \end{pmatrix} \quad \vec{RK} \begin{pmatrix} x-2 \\ y-3 \end{pmatrix} \quad \vec{KM} \begin{pmatrix} 12-x \\ 24-y \end{pmatrix} \quad ; \text{ On a donc :}$$

$$\begin{pmatrix} 2x+6 \\ 2y-24 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 3x-6 \\ 3y-9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 12-x \\ 24-y \end{pmatrix} \quad \text{ce qui donne} \quad \begin{cases} 2x+6-3x+6=12-x \\ 2y-24-3y+9=24-y \end{cases} \quad \begin{cases} 12=12 \\ -15=24 \end{cases} \quad \text{ce qui est faux donc}$$

K n'existe pas

d) Déterminer les coordonnées du point V tel que PROV soit un parallélogramme

$$\text{On veut un parallélogramme PROV donc on veut } \vec{OV} = \vec{RP} \quad \text{cad} \quad \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5 \\ -4 \end{pmatrix}$$