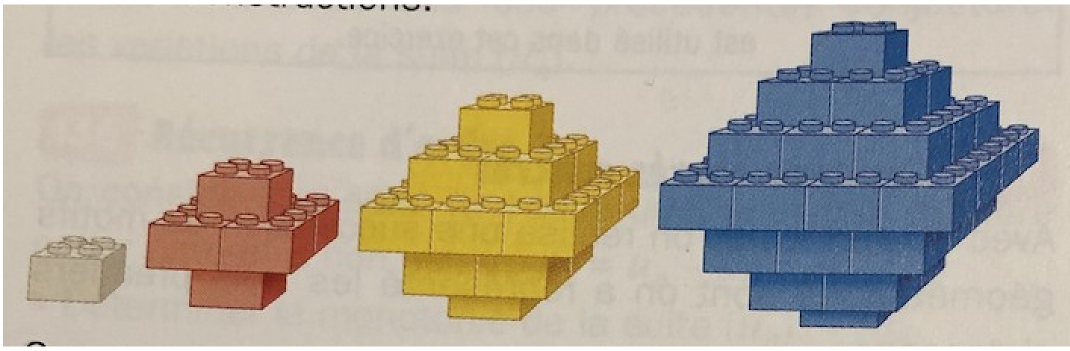
DM Première B

Exercice 1:

Jean a construit une succession d'octaèdres pleins avec des briques de constructions carrées. Voici ses premières constructions :



Sa première construction est constitué d'une seule brique, la seconde de 6 et la troisième de 19.

a) Combien y a-t-il de briques carrées dans sa quatrième construction ?

b) On note B_n le nombre de briques carrées nécessaires à la construction du $n^{ième}$ octaèdre où n désigne un nombre entier naturel non nul .

Justifier que $B_n = 2\times(1+2^2+\ldots+n^2)-n^2$ `

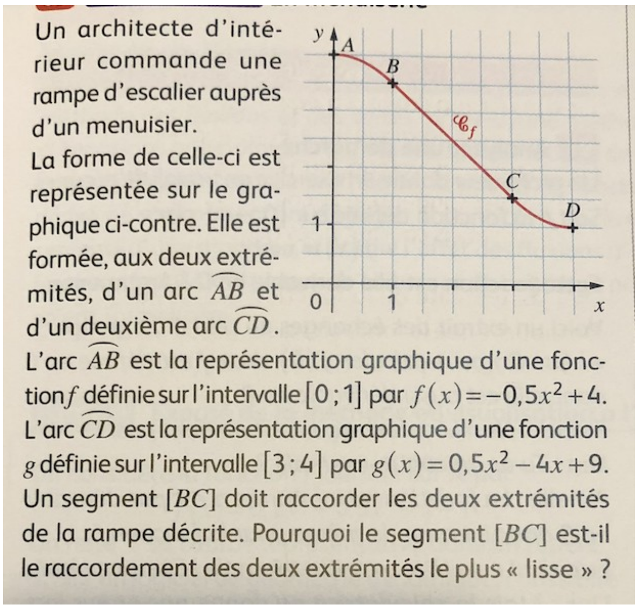
c) On admet que pour tout entier naturel n, $1+2^2+\ldots+n^2 = \dfrac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

En déduire que $B_n = \dfrac{2n^3+n}{3}$

d) Combien de briques le $10^{ème}$ octaèdre compte-t-il ?

e) Quel est le plus grand octaèdre que l'on peut construire avec 2000 briques carrées ?

Exercice 2 :



Un architecte d'intérieur commande une rampe d'escalier auprès d'un menuisier.
La forme de celle-ci est représentée sur le graphique ci-contre. Elle est formée, aux deux extrémités, d'un arc $\overset{\frown}{AB}$ et d'un deuxième arc $\overset{\frown}{CD}$.
L'arc $\overset{\frown}{AB}$ est la représentation graphique d'une fonction f définie sur l'intervalle $[0;1]$ par $f(x)=-0{,}5x^2+4$.
L'arc $\overset{\frown}{CD}$ est la représentation graphique d'une fonction g définie sur l'intervalle $[3;4]$ par $g(x)=0{,}5x^2-4x+9$.
Un segment $[BC]$ doit raccorder les deux extrémités de la rampe décrite. Pourquoi le segment $[BC]$ est-il le raccordement des deux extrémités le plus « lisse » ?