

## DM 4 1ère B Spécialité Mathématiques

### Exercice 1 :

#### **Partie A**

1) Développer  $(2+2\sqrt{2})^2 = 4+8\sqrt{2}+8 = 12+8\sqrt{2}$

2) Soit f la fonction définie sur  $[-\pi; +\pi]$  par  $f(x) = 4\cos^2(x) + 2(\sqrt{2}-1)\cos(x) - \sqrt{2}$

Le but de l'exercice est de trouver les solutions de l'équation  $f(x) = 0$

a) On pose  $X = \cos(x)$ . Justifier que  $-1 \leq X \leq 1$

Pour tout x,  $-1 \leq \cos(x) \leq 1$

b) Résoudre sur  $[-1; 1]$  l'équation du second degré obtenue en effectuant ce changement de variables. On notera  $X_1$  et  $X_2$  les solutions obtenues

$$4X^2 + 2(\sqrt{2}-1)X - \sqrt{2} = 0$$

$$\Delta = (2(\sqrt{2}-1))^2 - 4 \times 4 \times (-\sqrt{2})$$

$$\Delta = (2\sqrt{2}-2)^2 + 16\sqrt{2}$$

$$\Delta = 4 \times 2 - 2 \times 2 \times \sqrt{2} \times 2 + 4 + 16\sqrt{2}$$

$$\Delta = 12 + 8\sqrt{8} = (2+2\sqrt{2})^2$$

$$X_1 = \frac{-2(\sqrt{2}-1) - (2+2\sqrt{2})}{8} \quad X_2 = \frac{-2(\sqrt{2}-1) + (2+2\sqrt{2})}{8}$$

$$X_1 = -\frac{\sqrt{2}}{2} \quad X_2 = \frac{1}{2}$$

c) En déduire les solutions sur  $[-\pi; \pi]$  de l'équation  $f(x) = 0$

$$f(x) = 0 \text{ si et seulement si } \cos(x) = -\frac{\sqrt{2}}{2} \text{ ou } \cos(x) = \frac{1}{2}$$

$$\begin{cases} x = \frac{3\pi}{4} \\ x = -\frac{3\pi}{4} \end{cases} \quad \text{ou} \quad \begin{cases} x = \frac{\pi}{3} \\ x = -\frac{\pi}{3} \end{cases}$$

#### **Partie B**

1) Montrer que 1 est une racine du polynôme  $P(X) = 2X^3 - 17X^2 + 7X + 8$

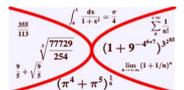
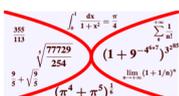
$$P(1) = 2 - 17 + 7 + 8 = 0 \text{ donc 1 racine de P}$$

2) Déterminer les valeurs des réels a, b et c tels que  $P(X) = (X-1)(aX^2 + bX + c)$

$$P(X) = \dots = aX^3 + (-a+b)X^2 + (-b+c)X - c = 2X^3 - 17X^2 + 7X + 8$$

$$\text{Par identification, on obtient donc : } \begin{cases} a=2 \\ -a+b=-17 \\ -b+c=7 \\ -c=8 \end{cases} \quad \begin{cases} a=2 \\ b=-15 \\ c=-8 \end{cases}$$

$$P(X) = (X-1)(2X^2 - 15X - 8)$$



3) Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'équation :

$$2\sin^3(x) - 17\sin^2(x) + 7\sin(x) + 8 = 0$$

On pose  $X = \sin(x)$  donc l'équation devient :  $2X^3 - 17X^2 + 7X + 8 = 0$

$$(X-1)(2X^2 - 15X - 8) = 0$$

$$X = 1 \text{ ou } 2X^2 - 15X - 8 = 0$$

$$\Delta = 289 = 17^2$$

$$X_1 = \frac{15+17}{4} = 8 \text{ ou } X_2 = \dots = -\frac{1}{2}$$

on a donc  $\sin(x) = 1$  ou  $\sin(x) = 8$  ou  $\sin(x) = -\frac{1}{2}$

$\sin(x) = 8$  est impossible car  $8 > 1$  d'où

$\sin(x) = 1$  donne  $x = \frac{\pi}{2} + 2k\pi$   $k \in \mathbb{Z}$  et

$\sin(x) = -\frac{1}{2}$  donne  $x = -\frac{\pi}{6} + 2k\pi$  ou  $x = -\frac{5\pi}{6} + 2k\pi$

### Exercice 2 :

On considère l'algorithme suivant :

```

1 from math import pi
2 EcartMax=22/7-pi
3 for N in range(1,200):
4     for D in range(1,200):
5         if abs(N/D-pi)<EcartMax:
6             print(N,D)

```

1) Expliquer à quoi sert la première ligne de cet algorithme.

En langage python, il faut parfois importer certaines commandes non dispo immédiatement comme ici le nombre pi présent dans la bibliothèque math

2) a) En effectuant une recherche sur internet, expliquer ce que représente la fameuse valeur  $\frac{22}{7}$

$\frac{22}{7}$  est la valeur approchée de pi introduite par Archimède et qui fut utilisé durant de nombreuses années

b) Programmer cet algorithme et donner son affichage.

L'affichage donne 179 57

c) Expliquer alors ce que fait cet algorithme

Cet algorithme détermine une valeur approchée fractionnaire de pi meilleure que  $\frac{22}{7}$  pour un dénominateur et numérateur compris entre 1 et 200

