DM3 Première B

Exercice 1 : Un peu de python

```
1 n=int(input("entrer un nombre entier"))
2 k=1
3 while k<=n:
4     if n%k==0:
5         print(k," ; ",end="")
6     k=k+1
```

On considère le programme python ci-contre .

1) Que renvoie ce programme pour n = 34 ,

n = 56, n = 5757 ?

pour n = 34 , on obtient : 1 , 2 , 17 , 34

pour n = 56 , on obtient : 1 , 2 , 4 , 7 , 8 , 14 , 28 , 56

pour n = 5757 , on obtient : 1 ; 3 ; 19 ; 57 ; 101 ; 303 ; 1919 ; 5757

On pourra entrer ce programme sous mu-editor

(ou un autre logiciel)

2) Donner un titre à ce programme

liste des diviseurs d'un entier

3) Expliquer la ligne 5 de ce programme : pourquoi y a-t-il `end=""` ?

cette commande permet d'éviter un retour à la ligne suite à la commande print

Exercice 3 :

1) On considère la fonction P définie sur ℝ par $\mathrm{P}(x)=x^3-5x^2+5x+3$

a) Déterminer les réels a , b et c tels que $\mathrm{P}(x)=(x-3)(ax^2+bx+c)$

$$\mathrm{P}(x)=ax^3+bx^2+cx-3ax^2-3bx-3c = ax^3+(b-3a)x^2+(c-3b)x-3c$$
$$= x^3-5x^2+5x+3$$

par identification, on obtient : $\begin{cases} a=1 \\ b-3a=-5 \\ c-3b=5 \\ -3c=3 \end{cases}$ $\begin{cases} a=1 \\ b=-2 \\ c=-1 \end{cases}$

donc $\mathrm{P}(x)=(x-3)(x^2-2x-1)$

b) Dresser le tableau de signe de P(x)

x^2-2x-1

$\Delta=4+4=8>0$ donc deux racines $x_1=\dfrac{2-\sqrt{8}}{2} = 1-\sqrt{2}$ et $x_2=\dfrac{2+\sqrt{8}}{2} = 1+\sqrt{2}$

un polynôme du second degré est du signe de a sauf entre ses racines donc :

x	$-\infty$		$1-\sqrt{2}$		$1+\sqrt{2}$		3		$+\infty$
signe de $x-3$		–	⋮	–	⋮	–	0	+	
signe de x^2-2x-1		+	0	–	0	+	⋮	+	
signe de $\mathrm{P}(x)$		–	0	+	0	–	0	+	

2) On considère les fonctions f et g définies par $f(x)=x^2-3x+1$ et $g(x)=\dfrac{2x-5}{x-2}$ de courbes

représentatives C_f et C_g

a) Montrer que pour tout réel x différent de 2 : $f(x)-g(x)=\frac{P(x)}{x-2}$

$$\begin{aligned} f(x)-g(x) &= x^2-3x+1-\frac{2x-5}{x-2} \\ &= \frac{(x^2-3x+1)(x-2)-(2x-5)}{x-2} \\ &= \frac{x^3-2x^2-3x^2+6x+x-2-2x+5}{x-2} \\ &= \frac{x^3-5x^2+5x+3}{x-2} \\ &= \frac{P(x)}{x-2} \end{aligned}$$

b) En déduire la position relative des courbes C_f et C_g

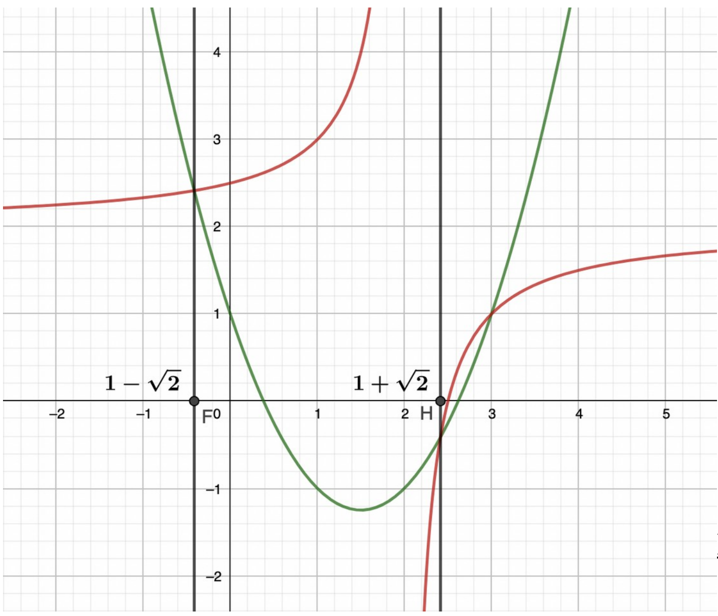
Il faut étudier le signe de f(x)-g(x) d'où le tableau de signes :

x	$-\infty$		$1-\sqrt{2}$		2		$1+\sqrt{2}$		3		$+\infty$
$signe\,de\,P(x)$		$-$	0	$+$	$\vdots$	$+$	0	$-$	0	$+$	
$signe\,de\,x-2$		$-$	$\vdots$	$-$	0	$+$	$\vdots$	$+$	$\vdots$	$+$	
$signe\,de\,f(x)-g(x)$		$+$	0	$-$	$\|$	$+$	0	$-$	0	$+$	

pour tout $\in\ ]-\infty;1-\sqrt{2}]\ \cup\ ]2;1+\sqrt{2}]\ \cup\ [3;+\infty[$, $f(x)-g(x)\geq 0$ donc $f(x)\geq g(x)$ et C_f est au dessus de C_g

Pour tout x $\in [1-\sqrt{2};2[\ \cup\ [1+\sqrt{2};3]$, $f(x)-g(x)\leq 0$ donc $f(x)\leq g(x)$ et C_f est en dessous de C_g

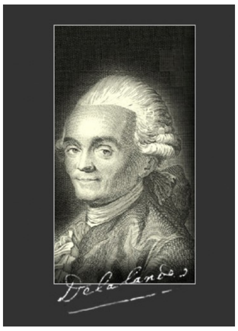
On retrouve ces résultats sur un graphique :



Exercice 2 :

En 1751 , deux scientifiques français Joseph de Lalande et l'abbé Nicolas de Lacaille mènent une série de mesures pour déterminer la distance Terre-Lune.

Faire une recherche sur leur expérience et expliquer comment ils ont déterminé cette distance ?



« Depuis Hipparque, personne n'avait vraiment essayer de calculer la distance terre lune tant le travail qui avait été effectué n'était pas remise en cause : 384 000 km

Pourtant, en 1751, Joseph Jérome le François de Lalande et l'abbé Nicolas Louis de La caille décident d'effectuer ce calcul par triangulation à partir de deux endroits différents de la terre .

C'est ainsi que De Lalande part pour Berlin et de la Caille va au cap en Afrique du Sud.

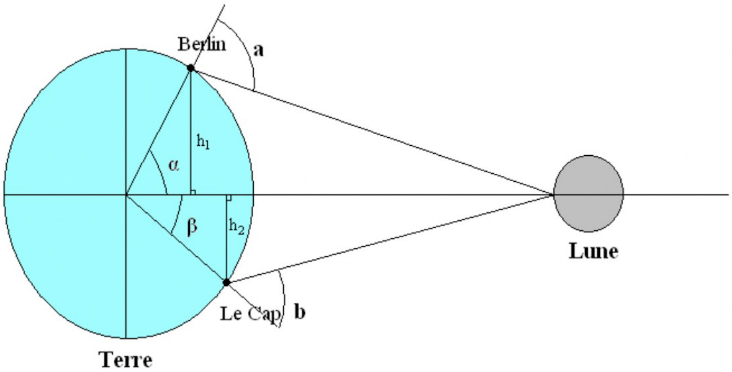
Un avantage de ces deux villes est d'avoir une longitude proche et de ce fait le passage au méridien de la Lune a lieu pratiquement en même temps dans ces deux villes .

Les coordonnées de Berlin : 52°31'12'' Nord et 13°24'36''Est

Celles de Le Cap : 34°21'25'' Sud et 18°28'26'' Est

On voit une différence de longitude de 5° donc négligeable par contre l'écart de Latitude est de 86° excellent pour la triangulation.

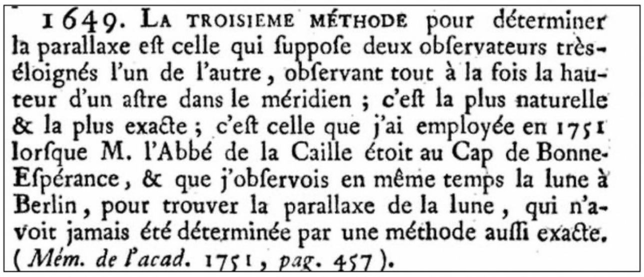
Ils observent ainsi un même endroit de la lune en même temps au moment exact du passage au méridien de la lune et ils notent alors exactement les coordonnées par rapport à la verticale (Zenith)



Lalande à Berlin mesure 53,52° pour l'angle a pendant que La Caille mesure 34,66° pour l'angle b

A partir de ces mesures, on peut alors en déduire la distance Terre Lune :

on appelle T le centre de la terre , B pour Berlin , C pour le cap et L pour la lune



1649. LA TROISIEME MÉTHODE pour déterminer la parallaxe eſt celle qui ſuppoſe deux obſervateurs très-éloignés l'un de l'autre, obſervant tout à la fois la hauteur d'un aſtre dans le méridien ; c'eſt la plus naturelle & la plus exacte ; c'eſt celle que j'ai employée en 1751 lorſque M. l'Abbé de la Caille étoit au Cap de Bonne-Eſpérance, & que j'obſervois en même temps la lune à Berlin, pour trouver la parallaxe de la lune, qui n'avoit jamais été déterminée par une méthode auſſi exacte. (*Mém. de l'acad.* 1751, *pag.* 457).

L'angle $\widehat{BLC}$ est appelé parallaxe et nommée p.

La droite (TL) partage alors l'angle $\widehat{BLC}$ en deux angles appelés p_1 et p_2

On peut alors démontrer que dans le triangle BLT on a : $\sin(p_1)+\sin(p_2) = \frac{TB}{TL}\sin(\alpha_1)+\frac{TC}{TL}\sin(\alpha_2)$

Or lorsqu'un angle est petit, si cet angle est exprimé en radian alors on a $\sin(p_1)+\sin(p_2) \approx p_1+p_2$ = p

on obtient donc ainsi p = $\frac{TB}{TL}\sin(\alpha_1)+\frac{TC}{TL}\sin(\alpha_2)$ ce qui permet d'obtenir :

$$TL=\frac{TB\sin(\alpha_1)+TC\sin(\alpha_2)}{p} \approx 380\ 290 \text{ km}$$